

Designing a Pricing Bid Index Model Using Binomial Model

Mohammad Javad Pakiniyat*
Meysam Fadaei Vahed**

Received: 01/05/2017

Accepted: 16/10/2017

In recent years, Islamic finance instruments have remarkably developed in Iran's capital market. One of the most common developed instruments in this area is *salaf* sukuk. This instrument has been issued by using different operational models and maturity and settlement of the price in maturity. One fundamental problem we face is the vast issuance and expansion of *salaf* sukuk market, observance of the market price and correct evaluation of that. This article has used binomial tree method logic as an accepted valuation method in conventional finance to evaluate and price *salaf* sukuk.

In this article, we introduce the general model of *salaf* sukuk with embedded call and put options and without embedded option. And then after the presentation of operational models of this sukuk, and using binomial tree valuation method, we design a pricing model for this sukuk with and without embedded call and put options. In this model, we price the sukuk by predicting the price of underlying asset in maturity and discount them. In the second model that contains embedded call and put option, we price the sukuk by predicting the price of underlying asset in maturity and evaluate the exercising or not exercising the options, predict the option value in maturity and then discount them.

Keywords

Salaf Bonds, Islamic Securities, Sukuk, Islamic Sukuk Bonds, Pricing Model, Pricing, Binomial Tree Method.

JEL Classification: G13.

* Researcher of the Center for Research, Development and Islamic Studies of the Securities and Exchange Organization, Tehran, Iran (Corresponding Author), mohammadjavadpakniat@gmail.com

** Ph.D. Student of Financial Management, Allameh Tabataba'i University, Tehran, Iran, m.fadaee68@gmail.com

طراحی مدل قیمت‌گذاری اوراق سلف با استفاده از مدل دوجمله‌ای

محمدجواد پاک‌نیت*

میثم فدایی‌واحد**

تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۰۲/۱۱ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۷/۲۴

مقاله برای اصلاح به مدت ۱۵ روز نزد نویسنده (گان) بوده است.

چکیده

ابزارهای مالی اسلامی در سال‌های اخیر در بازار سرمایه ایران رشد و توسعه شایان توجهی پیدا کرده‌اند. یکی از ابزارهایی که در این حوزه بسیار توسعه پیدا کرده اوراق سلف است. این اوراق با استفاده از مدل‌های مختلف و متنوعی از لحاظ سررسید و نحوه تسویه در سررسید اوراق منتشر شده است. یکی از مسائل اساسی پیش‌روی انتشار گسترده و توسعه بازار اوراق سلف، عرضه به قیمت بازار و ارزشیابی صحیح این اوراق است. در این مقاله با استفاده از منطق قیمت‌گذاری درخت دوجمله‌ای که یک مدل قابل قبول در علم مالی است، انواع اوراق سلف ارزشیابی می‌شود.

در این مقاله ابتدا به معرفی مدل کلی اوراق سلف به دو صورت عمومی و همراه با اختیار خرید و فروش تبعی پرداخته و در ادامه پس از ارائه مدل‌های عملیاتی اوراق مذکور، و با استفاده از مبانی قیمت‌گذاری درخت دوجمله‌ای، به طراحی مدل قیمت‌گذاری این اوراق به صورت عمومی و همراه با اختیار خرید و فروش پرداخته می‌شود. در این مدل با استفاده از منطق درخت دوجمله‌ای قیمت‌داری پایه در سررسید پیش‌بینی و سپس در حالت عمومی این قیمت‌ها را به زمان حال تنزیل می‌شود. در حالت همراه با اختیار خرید و فروش تبعی نیز حالت‌های مختلف را در نظر گرفته و با اعمال یا عدم‌اعمال اختیار ارزش اوراق را در سررسید مشخص نموده و با تنزیل آنها به زمان حال قیمت اوراق سلف محاسبه می‌شود.

واژگان کلیدی

اوراق سلف، اوراق بهادار اسلامی، صکوک، اوراق قرضه اسلامی صکوک، الگوی قیمت‌گذاری، قیمت‌گذاری، درخت دوجمله‌ای.

طبقه‌بندی G13: JEL

* پژوهشگر مرکز پژوهش، توسعه و مطالعات اسلامی سازمان بورس و اوراق بهادار، تهران، ایران (نویسنده مسئول)
mohammadjavadpakniat@gmail.com

** دانشجوی دکتری مدیریت مالی، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران
m.fadaee68@gmail.com

مقدمه

رشد ابزارهای تأمین مالی اسلامی در بازار سرمایه ایران طی سال‌های اخیر بسیار چشم‌گیر بوده است. یکی از این نوع ابزارهای تأمین مالی که توانسته در مدت کوتاهی حائز جایگاه مهمی شود، اوراق سلف بوده است. این اوراق از لحاظ ساختار اجرایی و همچنین نحوه تقسیم سود یکی از جذاب‌ترین اوراق برای ناشران است. همچنین از لحاظ بازده نیز یکی از اوراق پربازده به‌شمار می‌آید که در مقایسه با اوراق دیگر توانسته است عرضه‌های بسیار موفقی را در پی داشته باشد. قابلیت به‌کارگیری این اوراق در طبقات مختلف صنعتی سبب شده است تا از این اوراق استقبال مناسبی صورت پذیرد. به‌کارگیری اوراق سلف توسط گروه‌های مختلف صنعتی در جدول ذیل مورد بررسی قرار گرفته است.

جدول (۱): میزان تأمین مالی گروه‌های مختلف صنعتی از قرارداد سلف طی سال‌های گذشته (اعداد بر حسب میلیارد ریال)

گروه‌های کالایی	۱۳۹۲	۱۳۹۳	۱۳۹۴	۱۳۹۵
کشاورزی	۰	۱۸۰	۰	۷،۴۸۱
صنعتی و معدنی	۱۶۴،۹۰۷	۱۴۱،۶۵۸	۸۱،۶۷۷	۱۱۶،۲۳۵
پتروشیمی و فرآورده‌های نفتی	۳۷،۹۵۷	۲۶،۵۹۲	۲۳،۶۵۲	۳۲،۲۷۲
مجموع	۲۰۲،۸۶۴	۱۶۸،۴۳۰	۱۰۵،۳۲۹	۱۵۵،۹۸۸

منبع: وبگاه شرکت بورس کالای ایران

اوراق سلف، اوراق بهاداری است که براساس قرارداد سلف منتشر می‌شود. سلم مترادف با سلف و عکس نسبه و از اقسام بیع است (معین، ۱۳۷۶، ص. ۱۹۱۲) و در لغت به معنای پیش‌پرداخت، قبول کردن، اطاعت نمودن (لنگرودی، ۱۳۷۸، ص. ۹۱۹) و به معنی بیعی است که به موجب آن، خریدار، وجوه مورد تعهد خود را از پیش به فروشنده می‌پردازد و فروشنده متعهد می‌شود که جنس مورد معامله را پس از انقضای مدت معین به خریدار تحویل دهد (معین، ۱۳۷۶، ص. ۱۹۱۲).

مبیع در سلف (به صورت)، کلی در ذمه است که در برابر مال نقد و برای سررسید معینی فروخته می‌شود (نجفی، بی تا، ص. ۲۶۷). به عبارت دیگر، در سلم خریدار از

فروشنده چیزی را خریداری می‌کند که مضمّن را در آینده از او تحویل بگیرد و بهای آن را با مال حاضر یا آنچه در حکم حاضر است، پردازد (مروارید، ۱۴۱۰، ص. ۴۶۳). به مشتری مسلم به کسر لام و به فروشنده مسلم‌الیه گفته می‌شود. کالایی که فروخته می‌شود مسلم‌فیه و بهای آن را مسلم به فتح‌لام گویند (موسوی خمینی، بی‌تا، ص. ۴۹۹).

در چندین کشور اسلامی اقداماتی در راستای استفاده از عقد پایه سلف در تأمین مالی انجام شده است که در برخی از آنها یک مکانیسم بسیار ساده و ابتدایی در حد انجام معاملات گسترده سلف مورد استفاده قرار گرفته است و در برخی دیگر استفاده از این قرارداد ساختارمند بوده و به انتشار اوراق سلف منجر شده است، ولی در هیچ‌یک از کشورهای اسلامی شواهدی مبنی بر وجود یک بازار سلف موازی بزرگ و فعال مشاهده نمی‌شود (فراهانی فرد، ۱۳۸۸، ص. ۹).

یکی از نکات قابل توجه در انتشار اوراق در یک بازار کاملاً رقابتی، کشف قیمت پایه برای عرضه اوراق است و همچنین خریداران اوراق برای خرید اوراق نیز باید بتوانند در بازار رقابتی قیمت را به‌درستی کشف کنند. اوراق سلف منتشره در ایران عمدتاً دارای یک اختیار خرید و فروش باقیمت‌های اعمال متفاوت است که هرکدام از قیمت‌ها یک بازدهی مشخصی را به خریدار اوراق می‌دهد. همچنین فرآیند خرید و فروش این اوراق در بازار ثانوی هم کاملاً تحت تأثیر شرایط عرضه و تقاضاست بنابراین کشف درست قیمت ذاتی خرید اوراق بسیار مهم است. طبق دستورالعمل اجرایی معاملات سلف موازی استاندارد در بورس کالای ایران، قراردادهای سلف موازی استاندارد به سه روش کلی قابلیت عرضه اولیه دارد که عبارتند از:

- عرضه اولیه به روش حراج حضوری؛
- عرضه اولیه به روش گشایش؛
- عرضه اولیه به روش عرضه گسترده باقیمت ثابت.

معمولاً عرضه اولیه در خصوص اوراق سلف موازی استاندارد به صورت عرضه گسترده به قیمت ثابت بوده است. در این روش قیمت عرضه ثابت بوده و رقابت با

توجه به اولویت زمانی صورت می‌پذیرد. این مسأله خود باعث شکل‌دهی نرخ‌های دستوری و سیاستی می‌شود و با ماهیت شکل‌گیری بازار مخالف است، فلذا این تحقیق به دنبال وضعیتی است که رقابت در عرضه اولیه اوراق سلف موازی بر قیمت و اولویت زمانی باشد نه صرف اولویت زمانی در ورود سفارش در قیمتی که قبل از عرضه در اعلامیه اطلاعیه عرضه به عموم افراد اعلام می‌گردد. به بیان دیگر این مقاله درصدد ارائه یک مدل معتبر در خصوص قیمت‌گذاری این اوراق با توجه به نرخ بازده مورد انتظار و قیمت دارایی پایه در سررسید است. لازم به ذکر است که در حال حاضر با توجه به وضعیت مورد انتظار انتشار اوراق سلف فاقد اختیارات تبعی (و حتی موارد همراه با اختیارات تبعی) مدل ارزش‌گذاری دو جمله‌ای به‌عنوان یک مدل پذیرفته‌شده در علوم مالی برای ارزش‌گذاری‌های دارایی‌ها و پروژه‌ها، برای ارزشیابی اوراق سلف پیشنهاد گردید است.

۱. پیشینه تحقیق

شیرمردی احمدآباد، فاضلیان، و اخروی (۱۳۹۲) در مقاله‌ای با عنوان «شناسایی و اولویت‌بندی ریسک‌های اوراق سلف نفتی با رویکرد تحلیل سلسله مراتبی فازی»، به بررسی و طبقه‌بندی انواع ریسک‌های مرتبط با اوراق سلف پرداخته است. در این مقاله ریسک‌های اوراق را برای بان‌ی، سرمایه‌گذاران و واسط طبقه‌بندی‌شده و ریسک هر دسته را شناسایی و اولویت‌بندی نموده است.

صالح‌آبادی، علی‌حسینی، فدایی‌واحد، و میرطاهر (۱۳۹۲) در مقاله‌ای با عنوان «مدل‌های ارزش‌گذاری اوراق مالی اسلامی اجاره با استفاده از روش تحلیلی-توصیفی»، به بررسی انواع صکوک اجاره و دسته‌بندی آنها در چهار گروه اصلی پرداخته‌اند. یافته‌های تحقیق ضمن تمییز میان انواع اوراق اجاره و اوراق قرضه، به ارائه روش‌های ارزشیابی اوراق اجاره نیز می‌پردازد.

موسویان (۱۳۸۹) در مقاله‌ای با عنوان «اوراق سلف، ابزاری برای تأمین مالی پروژه‌های بالادستی صنعت نفت»، با استفاده از منابع کتابخانه‌ای و به روش توصیفی-

تحلیلی، به دنبال اثبات این فرضیه است که می‌توان برپایه قراردادهای ترکیبی سلف موازی استاندارد و حواله، ابزاری مشروع و با ریسک بازدهی کنترل‌شده، تحت عنوان اوراق سلف طراحی کرد. یافته‌های تحقیق نشان می‌دهد این ابزار کاربردهای گوناگونی می‌تواند داشته باشد.

فراهانی فرد (۱۳۸۸) در مقاله‌ای با عنوان «صکوک سلف؛ ابزاری مناسب برای تأمین مالی و پوشش ریسک»، به بررسی انواع مدل‌های اوراق سلف پرداخته و به روش توصیفی - تحلیلی مدلی عملیاتی از اوراق سلف متناسب با فقه امامیه و قوانین و مقررات بازار سرمایه ایران ارائه شده است. تحقیق حاضر نشان می‌دهد که معامله‌های بازار اولیه اوراق سلف هیچ مشکلی ندارد، اما معامله‌های بازار ثانویه آن گرچه براساس موازین شریعت و قواعد عمومی معاملات قابل تصحیح است، اما براساس دیدگاه مشهور فقیهان محل اشکال است، فلذا برای برون‌رفت از این مشکل راهکارهایی پیشنهاد شده است.

مقاله حاضر درصدد است تا با استفاده از مفاهیم و یافته‌های مقاله‌های حاضر به ارائه مدلی برای قیمت‌گذاری اوراق سلف به صورت عمومی و همچنین همراه با اختیار خرید و فروش تبعی در مدل‌های مختلف آن بپردازد.

۲. ادبیات موضوع

۲-۱. مدل عملیاتی اوراق سلف عمومی

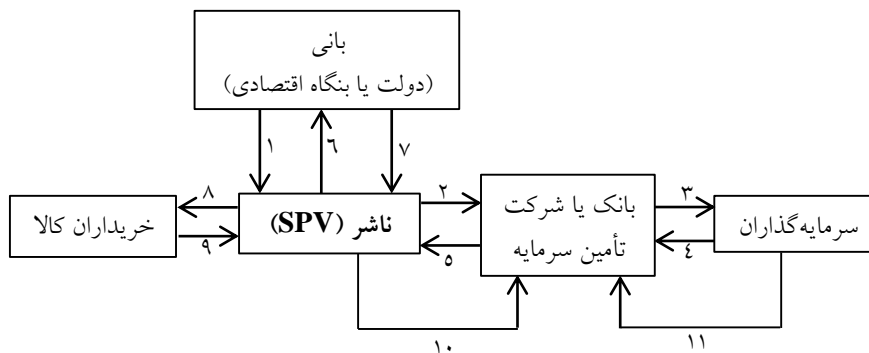
برای اوراق سلف مدل‌های متعددی طراحی و اجرا شده است، اما عموماً تمامی این مدل‌ها مبتنی بر پیش‌فروش بخشی از محصولات بانی است. در این مدل بانی (دولت یا بنگاه اقتصادی بخش خصوصی) با تأسیس شرکت ناشر، طرح خود مبنی بر پیش‌فروش مقدار معینی محصول تولیدی مانند: گاز، مس، آلومینیوم یا فولاد را مطرح می‌کند، ناشر با تهیه امیدنامه، ویژگی‌های طرح، مانند: مقدار، جنس، نوع، سررسید، قیمت سلف و قیمت انتظاری فروش کالا در سررسید و... را تعریف کرده، در اختیار بورس کالا یا انرژی قرار می‌دهد؛ سپس ناشر با توافق بانی امیدنامه نهایی را در اختیار عموم خریداران قرار داده و بعد از موافقت هیأت پذیرش و بورس مربوطه، ناشر با کسب

مجوز از سازمان بورس و اوراق بهادار به انتشار اوراق سلف اقدام کرده، به وسیله بانک یا شرکت تأمین سرمایه معتبری اوراق سلف را به سرمایه‌گذاران (خریداران اوراق) واگذار کرده، وجوه سرمایه‌گذاران را تجهیز می‌کند. آنگاه با وکالت از طرف آنان کالای موردنظر را از بانی (دولت یا بنگاه اقتصادی) به صورت سلف خریداری می‌کند و قیمت آن را می‌پردازد. بانی براساس قرارداد سلف متعهد است کالای فروخته شده را در سررسید به ناشر تحویل دهد. ناشر به وکالت از طرف سرمایه‌گذاران کالا را تحویل گرفته، در بازار نقد به خریداران کالا می‌فروشد سپس وجوه حاصل از فروش کالا را پس از کسر کارمزد معین به سرمایه‌گذاران می‌پردازد و اوراق سلف را تسویه می‌کند (فراهانی فرد، ۱۳۸۸، ص. ۱۵). به طور مثال، فرض کنید شرکت پتروشیمی الف برای تأمین سرمایه در گردش خود قصد پیش‌فروش ۱۰,۰۰۰ تن متانول به قیمت هر تن ۲۳۰ دلار به سررسید سه ماهه را دارد، برای این منظور شرکت ناشری را تأسیس می‌کند. ناشر با تعریف امیدنامه شامل اطلاعات جامع پیرامون دارایی پایه، وضعیت شرکت و افق‌های سودآوری، ضمن کسب مجوزهای لازم از هیأت پذیرش بورس مربوطه (غالباً بورس کالا) و سازمان بورس و اوراق بهادار، اوراق متحدالشکلی به ارزش اسمی ۲,۳ میلیارد دلار منتشر کرده، به وسیله بانک یا شرکت تأمین سرمایه به سرمایه‌گذاران واگذار می‌کند. سپس با آن وجوه ۱۰,۰۰۰ تن متانول را از شرکت پتروشیمی الف خریداری می‌کند و در سررسید متانول را تحویل گرفته، در بازار جهانی به فروش می‌رساند. اگر فرض کنیم قیمت هر تن متانول در سررسید ۲۵۰ دلار باشد صاحبان اوراق به مقدار ۲۰۰,۰۰۰ دلار سود ناخالص خواهند داشت.

انتظار می‌رود در مدل‌های پیشنهادی انتشار اوراق سلف بدون اختیار خرید و فروش تبعی که در این مقاله مورد بررسی قرار گرفته است، امیدنامه‌ای جامع‌تر که ابعاد قیمتی در گذشته، انتظارات بازدهی در آینده همراه با تحلیل عمیق بازارهای مرتبط با دارایی پایه و روند قیمتی مورد انتظار علاوه بر الزامات مربوط به امیدنامه ارائه گردد. در مدل فاقد اختیارات خرید و فروش انتظار می‌رود که مورد استقبال صنایع استراتژیک که بازیگران محدودی دارد و توان عرضه واقعی دارایی پایه وجود دارد، قرار گیرد و این امر سبب مدیریت بهینه شبکه عرضه و مدیریت وجوه نقد داخلی شرکت گردد. از جمله

این صنایع می‌توان به صنعت استراتژیک معادن و به‌طور مشخص معادن طلا در ایران (با توجه به ظرفیت‌های خاص طلا در بازارهای جهانی و منطقه‌ای) اشاره کرد.

۱-۱-۲. مراحل انتشار اوراق سلف



نمودار (۱): شماتیک انتشار اوراق سلف

منبع: دستورالعمل انتشار اوراق سلف؛ وبگاه مرکز پژوهش، توسعه و مطالعات اسلامی سازمان بورس و اوراق بهادار

۱. در مرحله اول بنگاه اقتصادی یا دولت درخواست خود را برای انتشار اوراق سلف بر روی دارایی پایه اوراق با ویژگی‌های مشخص به ناشر یا شرکت واسط می‌دهد.
۲. این شرکت پس از تهیه امیدنامه و سایر مدارک موردنیاز هیأت پذیرش و بورس کالا یا انرژی اقدام به پذیرش اوراق سلف مربوطه با ویژگی‌های مشخص می‌نماید و اوراق را در اختیار بانک یا شرکت تأمین سرمایه به‌عنوان مدیر عرضه قرار می‌دهد.
۳. در این مرحله بانک یا شرکت تأمین سرمایه اقدام به عرضه اوراق به سرمایه‌گذاران می‌کند و سرمایه‌گذاران مبلغی را به ازای خرید هر ورقه به بانک یا شرکت تأمین سرمایه می‌دهند.
۴. در این مرحله منابع سرمایه‌گذاران در قبال خرید اوراق جمع‌آوری می‌شود.
۵. در مرحله پنجم بانک یا شرکت تأمین سرمایه منابع را در اختیار شرکت واسط یا ناشر قرار می‌دهد تا این شرکت به نمایندگی از طرف سرمایه‌گذاران اقدام به

- خرید دارایی پایه اوراق به صورت سلف نماید.
۶. در این مرحله شرکت واسط منابع لازم برای خرید سلف دارایی پایه را در اختیار بانی قرار می دهد و بین بانی و ناشر قرارداد سلف منعقد می گردد.
 ۷. در مرحله هفتم بانی در سررسید اوراق دارایی پایه را در اختیار شرکت واسط قرار می دهد.
 ۸. شرکت واسط به نمایندگی از طرف سرمایه گذاران دارایی پایه را به خریداران دارایی می فروشد و منابع آن را دریافت می کند.
 ۹. خریداران کالا قیمت خرید کالای مربوطه را به ناشر می پردازند.
 ۱۰. شرکت ناشر قیمت فروش کالا را در اختیار بانک یا شرکت تأمین سرمایه قرار می دهد.
 ۱۱. بانک یا شرکت تأمین سرمایه منابع حاصل از فروش دارایی ها را در اختیار سرمایه گذاران می گذارد.

۲-۲. مدل عملیاتی اوراق سلف همراه با اختیار تبعی

در این مدل بانی با مراجعه به مؤسسه امین معتبر، طرح خود مبنی بر پیش فروش مقدار معینی دارایی پایه اوراق را مطرح کرده، تقاضای تأسیس شرکت واسط را می کند، بورس مربوطه با همکاری بانی شرکت واسط را انتخاب یا تأسیس می کند، شرکت واسط با تهیه امیدنامه، ویژگی های طرح مانند: مقدار، جنس، نوع، سررسید، قیمت سلف و قیمت انتظاری فروش کالا در سررسید را تعریف می کند. سپس واسط زیر نظر بورس مربوطه و بانی، و با کسب مجوز از سازمان بورس و اوراق بهادار به انتشار اوراق سلف اقدام کرده، به وسیله بانک یا شرکت تأمین سرمایه معتبری به سرمایه گذاران (خریداران اوراق) واگذار کرده، وجوه سرمایه گذاران را جمع می کند. آنگاه به وکالت از طرف آنان کالای مورد نظر را از بانی به صورت سلف خریداری می کند و قیمت آن را می پردازد. بانی براساس قرارداد سلف متعهد است کالای فروخته شده را در سررسید به واسط تحویل دهد، برای این منظور در کنار قرارداد سلف اوراقی به عنوان گواهی سلف تحویل خریداران می شود که به سبب آن خریداران سلف موازی می توانند در سررسید مراجعه

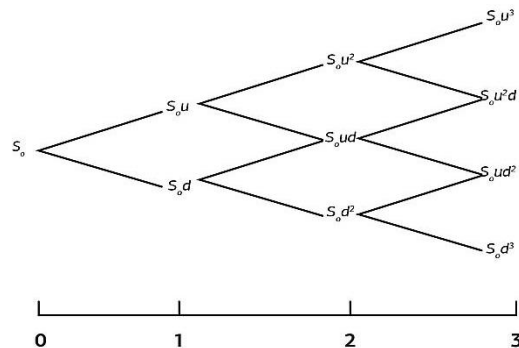
کرده، دارایی پایه اوراق دریافت کنند یا با فروش سلف موازی، گواهی سلف، را تحویل خریدار سلف موازی داده، وی را برای دریافت دارایی پایه اوراق به بانی حواله می‌دهند. در سررسید ممکن است قیمت دارایی پایه خیلی نوسان داشته باشد و این باعث ریسک بالا برای دارندگان اوراق می‌شود. برای پوشش این ریسک می‌توان از ابزارهای تبعی اختیار معامله استفاده کرد؛ به این صورت که شرکت دارایی پایه در کنار قرارداد اصلی فروش سلف دارایی پایه، حق اختیار فروش دارایی پایه در سررسید به قیمت معین، به خریدار سلف می‌فروشد و در برابر حق اختیار خرید به قیمت معین در سررسید از خریدار سلف می‌خرد، خریدار سلف نیز زمانی که به قرارداد سلف موازی به فروش سلف اقدام می‌کند، این دو حق و تعهد را به خریدار جدید سلف منتقل می‌کند.

برای مثال، فرض کنید برای تأمین مالی طرح‌های سرمایه‌گذاری خود قصد پیش فروش یک میلیون تن دارایی پایه اوراق به قیمت هر تن ۱,۰۰۰ دلار و در مجموع ۱۰۰ میلیون دلار، به سررسید چهارساله را دارد، برای این منظور شرکت واسطی را تأسیس می‌کند واسط با تعریف امیدنامه و کسب مجوزهای لازم از بورس مربوطه و سازمان بورس و اوراق بهادار، اوراق متحدالشکلی، هر ورق حاوی ۱۰ تن دارایی پایه اوراق استاندارد به ارزش اسمی ۱۰,۰۰۰ دلار منتشر کرده، به وسیله بانک عامل به صورت نقد به سرمایه‌گذاران می‌فروشد و وجوه خریداران را جمع‌آوری می‌کند و در کنار قرارداد اصلی سلف، دو قرارداد تبعی اختیار فروش و اختیار خرید نیز منعقد می‌شود به این بیان که چنانکه در سررسید قیمت هر تن دارایی پایه از ۱۴۰۰ دلار پایین‌تر بود، دارنده گواهی حق اختیار فروش به ۱۴۰۰ دلار به خواهد داشت و چنانکه در سررسید قیمت هر تن دارایی پایه از ۱۶۰۰ دلار بالاتر بود شرکت بانی حق اختیار خرید به ۱۶۰۰ دلار از دارنده حواله خواهد داشت. بعد از اتمام قرارداد، بانی گواهی‌های سلف استاندارد به خریداران اعطا می‌کند که بیانگر حق مراجعه و دریافت دارایی پایه اوراق یا تسویه نقدی را خواهند داشت.

۳. مبانی ارزش‌گذاری درخت دوجمله‌ای

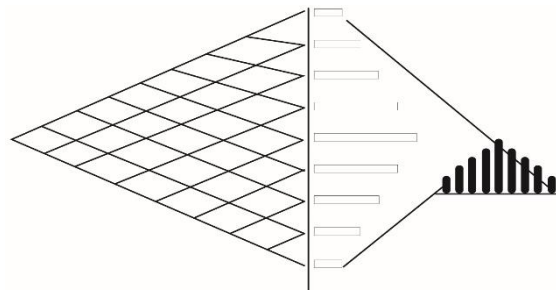
یکی از پرکاربردترین مدل‌ها برای ارزش‌گذاری پروژه‌ها روش درخت دوجمله‌ای است. مدل دوجمله‌ای می‌تواند توسط درخت دوجمله‌ای که در نمودار ذیل نشان

داده شده ارائه شود. S_0 ارزش اولیه دارایی است. در اولین مرحله، درخت هم به سمت بالا و هم به سمت پایین رفته و از آنجا در گام‌های زمانی آتی به بالا و پایین رفتن ادامه می‌دهد. حرکات به سمت بالا و پایین به وسیله ضرایب u و d نشان داده می‌شوند، که u بیشتر از یک و d کمتر از یک است و ما فرض می‌کنیم $u=1/d$ است. مقادیر این ضرایب به نوسانات دارایی اصلی بستگی دارد. در اولین مرحله، درخت تصمیم‌گیری دوقطه دارد، که نشان‌دهنده ارزش‌های ممکن برای دارایی (S_{0u} , S_{0d}) در آخر آن دوره زمانی است. مرحله دوم دارای سه نقطه و سه ارزش متفاوت برای دارایی (S_{0u^2} , S_{0ud} , S_{0d^2}) است، مرحله سوم دارای چهار نقطه و چهار ارزش متفاوت برای دارایی (S_{0u^3} , S_{0ud^2} , S_{0ud^2} , S_{0d^3}) است... آخرین نقاط در انتهای درخت دوجمله‌ای نشانگر دامنه ممکن برای ارزش دارایی در انتهای دوره است.



نمودار (۲): گام‌های زمان درخت دوجمله‌ای

منبع: (فدایی واحد و سلطانی، ۱۳۹۵، ص. ۷۹)



نمودار (۳): نتایج برآورد

منبع: (فدایی واحد و سلطانی، ۱۳۹۵، ص. ۸۹)

بنابراین ارزش‌های دارایی می‌توانند به شکل نمودار هیستوگرام فراوانی ارائه شوند. هر هیستوگرام بر نتیجه یک ارزش دارایی دلالت دارد و ارتفاع هیستوگرام تابعی از تعداد زمان‌هایی است که آن نتیجه از طریق راه‌های ممکن درخت دوجمله‌ای به دست می‌آید.

طول زمان کل شبکه، عمر ابزارمالی یا پروژه است و می‌تواند به وسیله هر تعداد مرحله زمانی که شما بخواهید نشان داده شود. درحالی‌که دامنه (حداقل و حداکثر) نتایج در انتهای شبکه ممکن است تغییر زیادی را با یک افزایش در تعداد مراحل زمانی نداشته باشد، تعداد نتایج ممکن به‌طور نمایی افزایش یافته و منحنی پراکندگی فراوانی ملایم‌تر می‌شود. هر چه تعداد مراحل زمانی بیشتر باشد، سطح دانه‌دانه بودن بالاتر و در نتیجه سطح دقت ارزیابی ارزش دارایی بالا می‌رود.

متدولوژی اساسی روش احتمالات خنثی نسبت به ریسک شامل تعدیل جریان‌های مالی نسبت به ریسک در سراسر شبکه به وسیله احتمالات خنثی نسبت به ریسک و تنزیل آنها توسط نرخ بدون ریسک است. صرف‌نظر از اختیاری که باید ارزیابی شود شبکه دوجمله‌ای که ارزش دارایی پایه را نشان می‌دهد دارای خواص یکسان بوده و می‌تواند به وسیله معادلات ارائه‌شده در ذیل توصیف گردد. ضرایب روبه بالا و روبه پایین u و d یک تابع از نوسانات دارایی اصلی می‌باشند و می‌توان به‌صورت ذیل آن را شرح داد (سیاح، و صالح‌آبادی، ۱۳۸۴، ص. ۶۱۳):

$$u = \exp(\sigma\sqrt{\delta t}) \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$d = \exp(-\sigma\sqrt{\delta t}) \quad \text{رابطه (۲)}$$

که σ نوسانات (برحسب درصد) به وسیله انحراف معیار لگاریتم طبیعی بازده جریان نقد آزاد دارایی اصلی ارائه می‌گردد، و δt زمان است که به هر مرحله زمانی از درخت دوجمله‌ای وابسته است (σ و δt بهتر است ثابت باشند) معادله d می‌تواند به‌صورت ذیل نوشته شود که از لحاظ ریاضیات مفهومی یکسان دارد:

$$d=1/u \quad \text{رابطه (۳)}$$

احتمالات خنثی نسبت به ریسک (p) طبق فرمول ذیل تعریف می‌شوند (سیاح، و

صالح آبادی، ۱۳۸۴، ص. ۶۱۴):

$$p = \frac{\exp(r\delta t) - d}{u - d} \quad \text{رابطه (۴)}$$

که r نرخ بهره بدون ریسک یا نرخ بازده برای دارایی‌های بدون ریسک در طول عمر اختیار است. احتمالات خنثی نسبت به ریسک، مشابه احتمالات عینی نمی‌باشند. (برای مثال، جهت توصیف احتمال یک پدیده خاص که قرار است اتفاق بیفتد، مانند تحلیل درخت تصمیم‌گیری). احتمال خنثی به ریسک یک مداخله‌کننده ریاضی است که شمارا قادر می‌سازد تا جریان نقدی را با به‌کار بردن نرخ بهره بدون ریسک تنزیل کنید. ورودی‌هایی که جهت ساختن درخت دوجمله‌ای و محاسبه ارزش اختیار موردنیاز هستند عبارتند از:

S_0 , T , X , S_0 , r , σ و δt که σ ضریب نوسان‌پذیری، r نرخ بهره بدون ریسک، S_0 ارزش فعلی ارزش دارایی پایه، X بهای اعمال اختیار، T طول عمر اختیار و δt گام زمانی است که برای محاسبات انتخاب‌شده است.

۴. کاربرد درخت دوجمله‌ای در ارزش‌گذاری اختیارات واقعی

برای مثال شرکت راهبری صنایع معدنی، شرکتی پیش‌رو در زمینه توسعه زیرساخت‌های معادن اکتشافی، با سهام به ثبت رسیده است که درصدد توسعه معادن تحت‌نظر خود جهت ارتقاء کیفیت و کمیت استخراج فعلی است. براساس تجارب این شرکت با فناوری‌های مشابه موجود، می‌تواند حداکثر ۵ سال قبل از عرضه کردن محصول جدید و پیاده‌سازی فناوری جدید، بدون هرگونه کاهش درآمد قابل‌توجه صبر کند. برآورد DCF با استفاده از یک نرخ تنزیل تعدیل‌شده با ریسک مناسب نشان می‌دهد که ارزش فعلی جریان‌های نقد آتی قابل‌انتظار برای محصول جدید ۱۶۰ میلیون دلار خواهد بود، درحالی‌که سرمایه‌گذاری جهت پیاده‌سازی و استقرار این محصول ۲۰۰ میلیون دلار است. نوسانات سالیانه بازده لگاریتمی جریان‌های نقد آتی ۳۰ درصد تخمین زده‌شده است و نرخ بازده بدون ریسک در طول عمر اختیار ۵ ساله، ۵ درصد است. ارزش اختیار انتظار چه مقدار است؟ (فدایی، و سلطانی، ۱۳۹۵، ص. ۷۸).

راه‌حل‌ها به شرح ذیل است:

۱. شناسایی پارامترهای ورودی:

- $S_0 = \$160 \text{million}$ رابطه (۵)
 $X = \$200 \text{million}$ رابطه (۶)
 $\sigma = 30\%$ رابطه (۷)
 $r = 5\%$ رابطه (۸)
 $T = 5 \text{ سال}$ رابطه (۹)
 $\delta t = 1 \text{ سال}$ رابطه (۱۰)

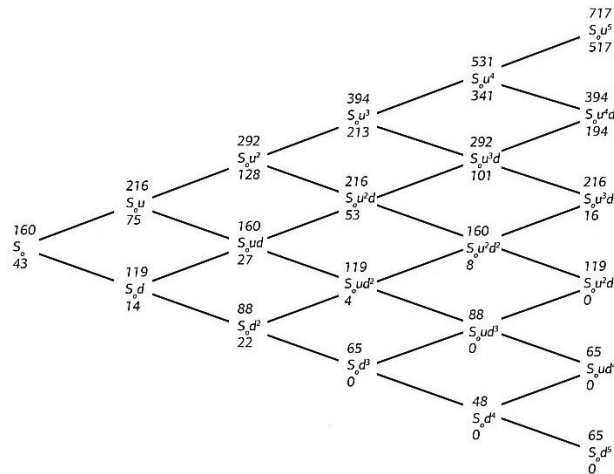
۲. محاسبه پارامترهای اختیار که ضرایب روبه بالا (u) و روبه پایین (d) و احتمال خنثی نسبت به ریسک (p) هستند:

- $u = \exp(\sigma\sqrt{\delta t}) = \exp(0.30 \times \sqrt{1}) = 1.350$ رابطه (۱۱)
 $d = 1/u = 1/1.350 = 0.741$ رابطه (۱۲)
 $p = \frac{\exp(r\delta t) - d}{u - d} = \frac{\exp(0.05 \times 1) - 0.741}{1.350 - 0.741} = 0.510$ رابطه (۱۳)

۳. ساخت درخت دوجمله‌ای و محاسبه ارزش‌های دارایی در هر نقطه درخت. ساخت درخت دوجمله‌ای، چنانچه در نمودار (۵) نشان داده شده است، با استفاده از فواصل زمانی یک‌ساله برای ۵ سال و محاسبه ارزش‌های دارایی در طول عمر اختیار است. با S_0 شروع کرده و برای اولین مرحله زمانی در ضرایب بالا و ضرایب پایین به ترتیب ضرب کرده تا S_0u و S_0d به دست آید و به همان روش برای هر نقطه درخت دوجمله‌ای تا آخرین مرحله ادامه دهید. برای مثال:

- $S_0u = \$160 \text{million} \times 1.350 = \216million رابطه (۱۴)
 $S_0d = \$160 \text{million} \times 0.741 = \119million رابطه (۱۵)

حرکت به سمت راست و ادامه به همان روش برای هر نقطه درخت دوجمله‌ای تا آخرین مرحله زمانی. در نمودار (۵) اعداد بالایی در هر نقطه نشانگر ارزش دارایی در آن نقطه است.



نمودار (۴): درخت دوجمله‌ای ارزش‌گذاری اختیار برای توسعه معدن

منبع: (فدایی‌واحد و سلطانی، ۱۳۹۵، ص. ۸۰)

ارزش‌های اختیار در هر نقطه درخت دوجمله‌ای را با استفاده از حرکت عقب‌گرد محاسبه کنید. این ارزش‌ها به وسیله اعداد ایتالیک پایینی در هر نقطه در شکل ارائه داده شده است. هر نقطه نشانگر حداکثر ارزش سرمایه‌گذاری در آن نقطه یا انتظار تا مدت‌زمان بعدی است. در هر نقطه شما اختیار دارید که در ارتقای محصول سرمایه‌گذاری کنید و یا اعمال اختیار انتظار را تا گام زمان بعدی، قبل از انقضای اختیار به تعویق بیندازید.

ا. شروع با نقاط انتهایی نشانگر آخرین مرحله زمان است. در نقطه S_{0u^5} ، ارزش قابل انتظار برای دارایی ۷۱۷ میلیون دلار است در صورتی که شما ۲۰۰ میلیون دلار برای محصول جدید سرمایه‌گذاری کرده باشید. بنابراین ارزش خالص دارایی به شرح ذیل است:

$$\$717 \text{ million} - \$200 \text{ million} = \$517 \text{ million} \quad \text{رابطه (۱۶):}$$

اما اگر شما تا مدت‌زمان بعدی صبر کنید، درآمد برای این مدت‌زمان صفر است. دلیل آن این است که با توجه به صورت مسأله، انقضای اختیار در آخر سال پنجم بوده و اگر به‌کار گرفته نشود ارزش خود را از دست می‌دهد،

بنابراین تصمیم‌گیری منطقی در نقطه S_{0u^5} سرمایه‌گذاری خواهد بود نه انتظار کشیدن و ارزش اختیار در این نقطه ۵۱۷ میلیون دلار خواهد بود.
 ب. در نقطه $S_{0u^2d^3}$ ارزش قابل‌انتظار دارایی ۱۱۹ میلیون دلار است. در صورتی که یک سرمایه‌گذاری ۲۰۰ میلیون دلاری صورت گرفته باشد، نتیجه یک افت ۸۱ میلیون دلاری است. بنابراین تصمیم‌گیری در این نقطه عدم سرمایه‌گذاری بر روی توسعه محصول است، بدین معنی که ارزش اختیار در این نقطه صفر دلار است.

ت. مرحله بعد، به سمت نقطه‌های میانی (یک‌قدم بعد از آخرین مرحله زمانی) حرکت کنید. از بالا در نقطه S_{0u^4} شروع کنید. ارزش قابل‌انتظار دارایی را برای باز نگه‌داشتن اختیار محاسبه کنید. این ارزش در واقع میانگین وزنی ارزش‌های اختیار قرارداد آتی بالقوه با استفاده از احتمالات خنثی نسبت به ریسک است که با نرخ بهره بدون ریسک تنزیل داده شده‌اند. این ارزش در نقطه S_{0u^4} به شرح ذیل است:

$$\begin{aligned} & \text{رابطه (۱۷)} \quad [p(S_{0u^5})+(1-p)(S_{0u^4d})] \times \exp(-r \delta t) \\ & [0.510(\$517\text{million})+(1-0.510)(\$194\text{million})] \times \exp(-0.05)(1) \\ & = \$341\text{million} \end{aligned}$$

اگر اختیار در این نقطه با سرمایه‌گذاری ۲۰۰ میلیون دلاری اعمال شود، تسویه مبلغ ۵۳۱ میلیون دلار خواهد بود (ارزش دارایی در S_{0u^4})، در نتیجه خالص ارزش دارایی ۳۳۱ میلیون دلار است. از آنجایی که باز نگه‌داشتن اختیار، ارزش دارایی بالاتری را نشان می‌دهد (۳۴۱ میلیون دلار)، شما اختیار را اعمال نکرده و به جای آن انتظار را ادامه می‌دهید؛ ارزش اختیار در این نقطه ۳۴۱ میلیون دلار می‌شود.

ث. به‌طور مشابه، در نقطه S_{0ud^3} ارزش قابل‌انتظار دارایی برای باز نگه‌داشتن اختیار، با محاسبه تصمیمات بهینه پایین بدین صورت است:

$$\begin{aligned} & \text{رابطه (۱۸)} \quad [0.510(\$0\text{million})+(1-0.510)(\$0\text{million})] \exp(-0.05) \\ & = \$\text{million} \end{aligned}$$

اگر اختیار با سرمایه‌گذاری ۲۰۰ میلیون دلاری اعمال شود، تسویه در این نقطه ۸۸ میلیون دلار است (ارزش دارایی در S_0u^3d)، که نشان‌گر یک زیان خالص ۱۱۲ میلیون دلاری است. بنابراین تصمیم این است که اختیار را باز بگذاریم.

ج. تکمیل ارزش‌گذاری اختیار درخت دوجمله‌ای در تمام مسیر تا زمان صفر.

با بررسی این مثال، قصد بررسی به‌کارگیری مدل درخت دوجمله‌ای در ارزش‌گذاری اختیارات واقعی و تعمیم مدل برای ارزشیابی اوراق سلف دارا و فاقد اختیارات خرید و فروش را داریم. عملاً در ارزشیابی اوراق سلف در هر دو حالت دارا و فاقد اختیارات، به‌جای یک پروژه و شرکت با دارایی پایه‌ای روبه‌رو هستیم که روند قیمتی و عملکرد ریسک و بازده آن در گذشته مشخص است و افق سودآوری قابل‌انتظاری دارد.

۵. مدل قیمت‌گذاری اوراق سلف

۵-۱. اوراق سلف بدون اختیار خرید یا فروش تبعی

در حالت اول که در واقع مدل عمومی اوراق سلف است، فرض بر این است که خریداران اوراق در زمان صفر اوراق را خریداری کرده و با پذیرش ریسک قیمتی کالای مبنای انتشار، در سررسید کالا را تحویل فیزیکی نموده یا اینکه در سررسید با توجه به سازوکار قیمت مرجع که در زمان انتشار مشخص شده می‌توانند براساس آن سازوکار، اوراق را تسویه نقدی نمایند و بنابراین در این حالت هیچ‌تضمینی در سررسید برای بازخرید یا فروش به قیمت مشخص بر روی دارایی پایه اوراق وجود ندارد.

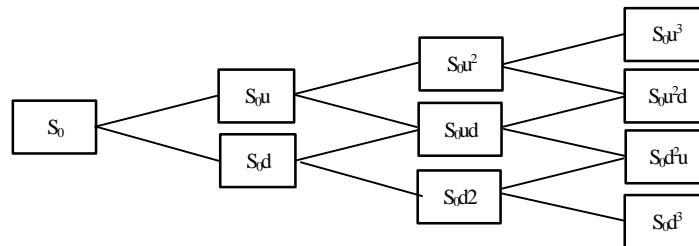
با توجه به منطق قیمت‌گذاری درخت دوجمله‌ای، در این حالت قیمت دارایی پایه در زمان صفر (S_0) در بازه زمانی بعدی می‌تواند با مضرب u افزایش پیدا کند و به قیمت S_0u برسد یا با مضرب d کاهش پیدا کند و به قیمت S_0d برسد. همچنین در بازه زمانی بعدی نیز این روند ادامه پیدا کند، یعنی قیمت S_0u نیز در بازه زمانی بعدی یا با مضرب u افزایش پیدا کرده و به قیمت S_0u^2 برسد یا با مضرب d کاهش پیدا کرده و به

قیمت S_{0ud} برسد. در این حالت محاسبه u و d از فرمول‌های ذیل خواهد بود:

$$u = e^{(\sigma\sqrt{\delta t})} \quad \text{رابطه (۱۹)}$$

$$d = 1/u \quad \text{رابطه (۲۰)}$$

در نمودار ذیل احتمالات قیمتی دارایی پایه اوراق نشان داده شده است:



نمودار (۵): احتمالات قیمتی دارایی پایه اوراق سلف فاقد اختیارات تبعی

منبع: مطالعات تحقیق

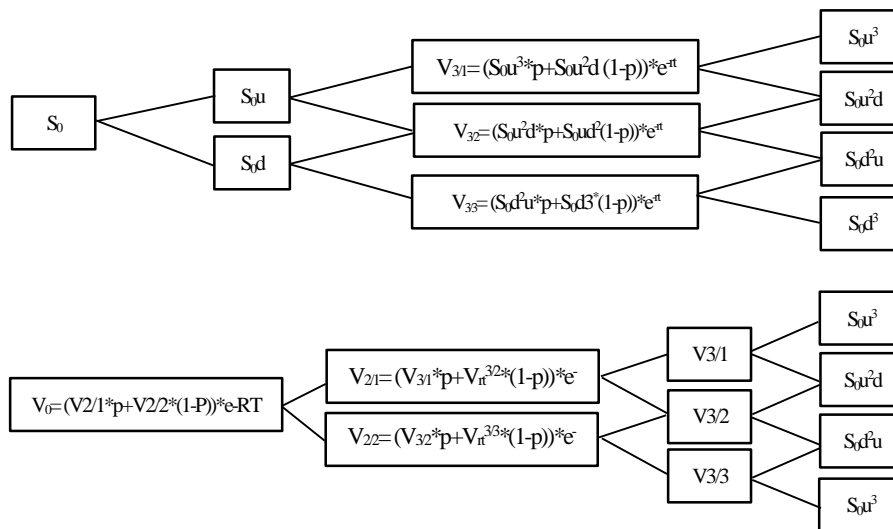
نکته قابل توجه این است که در هر کدام از این شاخه‌ها باید احتمال وقوع هر شاخه نیز محاسبه شود که با توجه به منطق بیان شده برای قیمت‌گذاری درخت دوجمله‌ای احتمال وقوع هر شاخه بالا برابر با p و احتمال وقوع شاخه کاهشی برابر با $1-p$ خواهد بود. احتمال وقوع شاخه بالا برابر است با:

$$p = (e^{(-r\delta t)} - d)/(u - d) \quad \text{رابطه (۲۱)}$$

حال که قیمت‌های هر شاخه با توجه به فرمول‌های آنها مشخص شد و همچنین احتمال وقوع شاخه‌های مختلف نیز مشخص گردید می‌تواند به ترتیبی که در ادامه بحث اشاره می‌شود قیمت فعلی یا ارزش اوراق سلف را می‌توان مشخص کرد. برای شروع روند قیمت‌گذاری از شاخه آخر شروع می‌کنیم و ارزش فعلی هر اتفاق دوجمله‌ای را به اندازه یک بازه زمانی محاسبه می‌کنیم. به طور مثال برای شاخه قیمتی که در آن دو حالت S_{0u^3d} و S_{0u^4} با استفاده از فرمول ذیل ارزش روز آن را به اندازه یک بازه زمانی آن را محاسبه می‌کنیم:

$$(s.u^4 \times p + s.u^3d \times (1 - p)) \times e^{-rt} \quad \text{رابطه (۲۲)}$$

عدد محاسبه شده با استفاده از فرمول بالا ارزش روز آن شاخه را در بازه زمانی ۳ نشان می دهد. به این ترتیب ارزش روز تمامی شاخه های آخر را محاسبه کرده و در بازه زمانی ۳ قرار می دهیم. این روند را به طور مشابه برای شاخه های بازه زمانی ۳ نیز ادامه می دهیم. اگر این روند را تا بازه زمانی صفر ادامه دهیم. در واقع ارزش روز احتمالات قیمتی دارایی پایه را در سررسید محاسبه نموده ایم که نشان می دهد اگر اوراق سلف بدون تضمین را بخواهیم در زمان صفر خریداری کنیم و احتمالات قیمتی مشخصی را در زمان سررسید اوراق مشخص نماییم. در نمودارهای ذیل فرمول قیمت گذاری شاخه سوم و دوم مشخص شده است:



نمودار(۶): فرآیند ارزش گذاری سلف بدون تضمین (فاقد اختیارات تبعی)

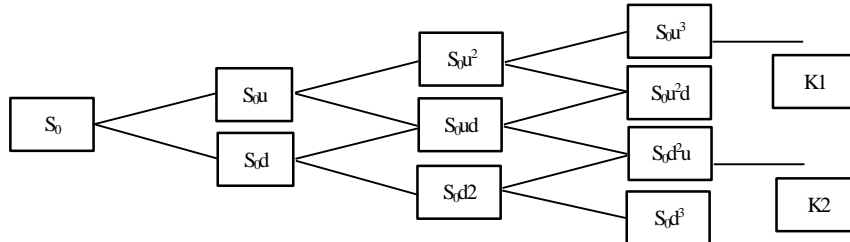
منبع: مطالعات تحقیق

بنابراین ارزش اوراق سلف در این حالت با استفاده از سازوکار درخت دوجمله ای مشخص خواهد شد و باید برای رسیدن به بازدهی مورد انتظار r باید دارایی را به قیمت v_0 خریداری نماییم.

۵-۲. اوراق سلف همراه با اختیار خرید و فروش تبعی

برای قیمت‌گذاری حالت دوم اوراق سلف که در آن اختیار خرید و فروش تبعی برای اوراق قرار داده شده است به گونه‌ای مشابه می‌توان عمل کرد، اما باید توجه داشت که در این حالت اختیار خرید و فروش به همراه اوراق وجود دارد. یک اختیار فروش، ناشر به خریداران اوراق می‌دهد که در سررسید اگر قیمت دارایی پایه از قیمت اعمال اختیار فروش کمتر بود خریداران اوراق می‌توانند دارایی پایه اوراق سلف را به قیمت اعمال به ناشر بفروشند. این اختیار به نوعی تضمین‌کننده حداقل سود برای خریداران اوراق است. همچنین ناشر یک اختیار خرید به قیمت اعمال دیگری را از خریداران اوراق دریافت می‌کند، که اگر قیمت دارایی پایه در سررسید از قیمت اعمالی بیشتر شد ناشر اوراق بتواند دارایی پایه را به قیمت اعمالی از خریداران اوراق سلف خریداری نماید؛ این حالت نیز در واقع حداکثر بازدهی اوراق سلف است.

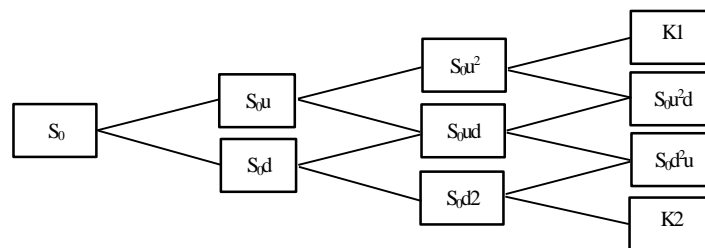
با توجه به توضیحات ارائه شده در خصوص اختیار خرید و فروش تبعی اوراق سلف می‌توان نتیجه گرفت روش قیمت‌گذاری این اوراق همراه با اختیار خرید و فروش متفاوت خواهد بود. برای ارزش‌گذاری اوراق سلف در حالتی که این اوراق همراه با اختیار خرید و فروش است مجدداً باید مرحله اول را تکرار کرد به این صورت که با توجه به منطق قیمت‌گذاری درخت دوجمله‌ای، در این حالت قیمت دارایی پایه در زمان صفر (S_0) در بازه زمانی بعدی می‌تواند با مضرب u افزایش پیدا کند و به قیمت S_0u برسد یا با مضرب d کاهش پیدا کند و به قیمت S_0d برسد. همچنین در بازه زمانی بعدی نیز این روند ادامه پیدا کند یعنی قیمت S_0u نیز در بازه زمانی بعدی یا با مضرب u افزایش پیدا کرده و به قیمت S_0u^2 برسد یا با مضرب d کاهش پیدا کرده و به قیمت S_0ud برسد. به این صورت احتمالات قیمتی ممکن در سررسید برای دارایی پایه مشخص خواهد شد. نمودار ذیل احتمالات قیمتی ممکن را نشان می‌دهد. در این حالت اختیار خرید و فروش تبعی که به همراه اوراق وجود دارد دارای قیمت‌های اعمالی K_1 و K_2 می‌باشد که قیمت اعمال اختیار خرید متعلق به ناشر بوده و K_2 قیمت اعمال مربوط به اختیار فروش متعلق به خریداران است. در نمودار فوق این دو قیمت اعمال و نشان داده شده است.



نمودار (۷): احتمالات قیمتی اوراق سلف دارای اختیارات تبعی

منبع: محاسبات تحقیق

حال برای شروع فرآیند قیمت گذاری در این حالت لازم است ابتدا اعمال اختیارات در سررسید را تعیین نماییم. به طور مثال در نمودار بالا، چون قیمت S_{0u^3} قیمت بالاتری نسبت به $K1$ دارد بنابراین ناشر اختیار خود را اعمال می کند و در شاخه S_{0u^3} ارزش دارایی پایه اوراق برابر با $K1$ خواهد بود و در حالت S_{0d^3} چون ارزش دارایی پایه اوراق کمتر از قیمت اعمال اختیار فروش دارندگان اوراق است بنابراین در این حالت خریداران اختیار خود را اعمال کرده و ارزش دارایی پایه اوراق برابر با $K2$ خواهد بود. به این ترتیب ابتدا ارزش هر شاخه نهایی با توجه به قیمت اعمال خرید و فروش مشخص می شود که برای مثال فوق ارزش هر شاخه به صورت ذیل می شود:

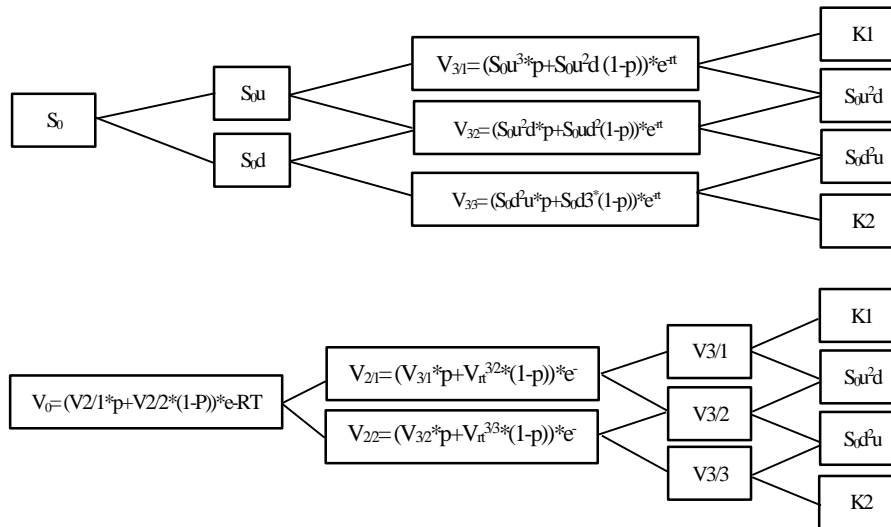


نمودار (۸): نتیجه نهایی اوراق سلف دارای اختیارات تبعی

منبع: محاسبات تحقیق

سپس ادامه فرآیند را با استفاده از تنزیل شاخه های مختلف ادامه خواهیم داد. در

ادامه شاخه‌های بازه زمانی ۳ را به زمان ۲ تنزیل می‌کنیم و ارزش شاخه‌ها در زمان ۲ را نیز به ترتیب به زمان ۱ و صفر تنزیل می‌نماییم.



نمودار (۹): ارزش‌گذاری اوراق سلف

منبع: نتایج تحقیق

بنابراین ارزش اوراق سلف در این حالت با استفاده از سازوکار درخت دوجمله‌ای مشخص خواهد شد و باید برای رسیدن به بازدهی مورد انتظار r باید دارایی را به قیمت v_0 خریداری نماییم.

۶. مورد کاوی

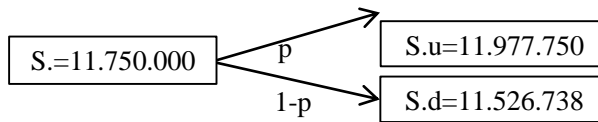
جهت آزمون توانمندی مدل ارزش‌گذاری پیشنهادی در این مقاله به دو دلیل امکان مراجعه به اوراق سلف فعلی منتشر شده وجود نداشت. دلیل اول عرضه عمومی این اوراق به قیمت ثابت توسط بانی و کسب بازدهی حداقل و حداکثر خریداران اوراق با تبادل خرید و فروش اختیارات خرید و فروش توسط بانی و خریداران اوراق سلف بود که باعث شده است خریداران اوراق در صورت تمایل صرفاً به قیمت مشخص شده توسط ناشر اقدام به خرید نمایند و با توجه به اختیارات مبادله شده اوراق سلف بیشتر به صورت اوراق با درآمد ثابت معامله شده است. همچنین تاکنون تجربه انتشار اوراق

سلف بدون تبادل اختیار در بازار سرمایه وجود نداشته است. باوجود دلیل اول، اما سعی نمودیم که اوراق فعلی را با ساختار فعلی آنها ارزش گذاری نماییم. جهت آزمودن مدل عملیاتی مربوط به قیمت گذاری اوراق سلف، داده های مربوط به دارائی پایه تمامی اوراق سلف منتشر شده در بازار مورد جست و جو قرار گرفت، اما پایگاه داده معتبر در خصوص سنگ آهن، تیر آهن، سیمان، پلی اتیلن و... که اوراق سلف آنها در بورس کالا منتشر شده بود وجود نداشت. به دلایل ذکر شده درصدد برآمدیم تا یک دارایی پایه استاندارد (سکه بهار آزادی) را در نظر گرفته و با استفاده از داده های معتبر اقدام به ارزش گذاری اوراق سلف بدون اختیارات خرید و فروش نماییم؛ زیرا داده های پایه معتبر باعث محاسبه دقیق و کامل متغیرهای ارزش گذاری اوراق سلف خواهد شد. برای مثال اوراق سلف را در نظر بگیرید که بر روی یک قطعه سکه بهار آزادی و با سررسید یک ماهه منتشر شده است، این اوراق بدون اختیار بوده و خریداران اوراق ملزم به دریافت سکه در سررسید هستند. جهت ارزش گذاری اوراق فوق ابتدا داده های مرتبط با قیمت سکه را طی یک سال منتهی به ۱۳۹۶/۰۴/۲۳ از وبگاه اتحادیه طلا و جواهر تهران به عنوان مرجع اعلام قیمت بازاری سکه، دریافت نمودیم. سپس بازده ماهانه سکه محاسبه شده و با استفاده از آن واریانس و انحراف معیار بازده محاسبه گردید. داده های استخراج شده به شرح ذیل می باشند:

جدول (۲): اطلاعات مربوط به سکه تمام بهار آزادی (دارایی پایه سلف)

مقایر	عناوین
۰,۰۰۷۵	میانگین بازده ماهانه سکه
۰,۰۱۹۱	انحراف معیار بازده ماهانه سکه
۱,۰۱۹	U
۰,۹۸	D
۰,۵۴	P

منبع: محاسبات تحقیق



نمودار (۱۰): درخت دوجمله‌ای ارزش‌گذاری سلف سکه تمام‌بهار آزادی

منبع: محاسبات تحقیق

در مثال فوق در زمان صفر، یا همان زمان انتشار اوراق سلف، قیمت سکه برابر با ۱۱,۷۵۰,۰۰۰ ریال است. با توجه به متغیرهای p ، u و d که با استفاده از داده‌های واقعی محاسبه نمودیم، احتمال دارد قیمت سکه در یک ماه آینده با احتمال ۰,۵۴ به قیمت $S_{0u}=11.977.750$ برسد و با احتمال ۰,۴۶ درصد به قیمت $S_{0d}=11.526.738$ برسد. پس از مشخص شدن قیمت‌های احتمالی و احتمال وقوع آنها، قیمت موردانتظار در یک ماه آینده که سررسید اوراق سلف می‌باشد به شکل ذیل محاسبه خواهد شد:

$$P = p \times S_{0u} + (1-p) \times S_{0d} / e^{r \times t} \quad \text{رابطه (۲۳)}$$

با استفاده از رابطه بالا و با فرض نرخ بازده بدون ریسک ۱۸ درصد قیمت اوراق سلف سکه با سررسید یک ماه آینده برابر با ۱۱,۵۹۵,۰۰۰ ریال خواهد بود.

جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله ابتدا بایان مقدمه‌ای از اوراق سلف و تاریخچه این نوع اوراق که یکی از ابزارهای تأمین مالی در بازار سرمایه اسلامی است به بیان اهمیت موضوع قیمت‌گذاری این نوع از اوراق پرداختیم. سپس در ادامه دو مدل معروف این اوراق که در ادبیات مالی اسلامی معروف است را ارائه دادیم که در مدل اول این اوراق، اوراق منتشرشده و خریداران اوراق ریسک مربوط به قیمت دارایی پایه در سررسید را پذیرفته و اوراق مبتنی بر دارایی را خریداری می‌کنند. سپس در سررسید با توجه به قیمت روز دارایی پایه اقدام به تحویل یا تسویه نقدی دارایی پایه می‌کنند.

در مدل دیگری که در بازار سرمایه کشور نیز اجرایی و عملیاتی شده است، برای کنترل ریسک قیمت در سررسید، یک اختیار خرید و فروش تبعی نیز به‌همراه اوراق وجود دارد که در حالت بانی یک اختیار فروش به خریداران اوراق می‌دهد که در آن

خریداران اوراق با دریافت این اختیار خرید یک نرخ حداقلی را برای اوراق خود متصور هستند همچنین خریداران اوراق یک اختیار فروش به قیمت اعمال بالاتری را به بانی می‌دهند که در واقع سقف نرخ بازدهی اوراق را نشان می‌دهد.

در ادامه با توجه به مبنای قیمت‌گذاری درخت دوجمله‌ای اقدام به بررسی مدل قیمت‌گذاری اوراق سلف در این دو حالت نمودیم که در حالت اول با پیش‌بینی قیمت دارایی پایه در سررسید و با تنزیل قیمت‌های احتمالی همراه با احتمال وقوع آنها به زمان حال ارزش فعلی اوراق سلف محاسبه می‌شد.

در حالت دوم نیز با استفاده از منطق درخت دوجمله‌ای و همچنین اختیار خرید و فروش تبعی که به همراه اوراق وجود دارد اقدام به ارزش‌گذاری اوراق نمودیم. در این حالت ابتدا قیمت دارایی پایه را در سررسید با توجه به احتمال وقوع آنها در سررسید مشخص می‌کردیم؛ سپس با استفاده از تحلیل درخت دوجمله‌ای شاخه‌هایی که احتمال اعمال اختیار خرید یا فروش آن در سررسید وجود داشت بررسی می‌کردیم و در شاخه‌هایی که احتمال اعمال اختیار وجود داشت به جای قیمت دارایی در سررسید قیمت اعمال را قرار می‌دادیم، سپس با تنزیل قیمت‌های اعمال در حالت‌هایی که اختیار اعمال شده است و همچنین قیمت خود دارایی در سررسید در حالت‌هایی که قیمت دارایی در سررسید اعمال نشده است به زمان حال، قیمت فعلی اوراق سلف همراه با اختیار خرید و فروش مشخص خواهد شد.

یادداشت‌ها

$$e = \text{عدد نپرین}$$

$$\sigma = \text{نوسان قیمت دارایی پایه}$$

$$\delta t = \text{بازه‌های زمانی مربوط به درخت دوجمله‌ای}$$

کتابنامه

- جعفری‌لنگرودی، محمدجعفر (۱۳۷۸). مبسوط در ترمینولوژی حقوق (چاپ اول، جلد دوم). تهران: گنج دانش.
- شیرمردی احمدآباد، حسین؛ فاضلیان، سیدمحسن؛ و اخروی، امیرحسین (۱۳۹۲). شناسایی و

- اولویت‌بندی ریسک‌های اوراق سلف نفتی با رویکرد تحلیل سلسله‌مراتبی فازی. دوفصلنامه جستارهای اقتصادی، ۱۰(۱۹)، ۱۴۱-۱۶۸.
- صالح‌آبادی، علی؛ علی‌حسینی، مهدی؛ فدایی‌واحد، میثم؛ و میرطاهر، سیدمحمدجواد (۱۳۹۲). مدل‌های ارزش‌گذاری اوراق مالی اسلامی اجاره. فصلنامه اقتصاد اسلامی، ۱۳(۴۹)، ۱۱۵-۱۳۸.
- فدایی‌واحد، میثم و سلطانی، مهران (۱۳۹۵). مدل‌های نوین ارزش‌گذاری پروژه (با تأکید بر اختیارات واقعی) (چاپ اول). تهران: ترمه.
- فراهانی‌فرد، سعید (۱۳۸۹). صکوک سلف ابزار مناسبی برای تأمین مالی و پوشش ریسک. فصلنامه اقتصاد اسلامی، ۹(۳۳)، ۷-۳۲.
- مروارید، علی‌اصغر (۱۴۱۰ق). سلسله‌النبایع الفقاهه (جلد ۱۴). بیروت: مؤسسه فقه‌الشیعه، دارالاسلامیه.
- معین، محمد (۱۳۷۶). فرهنگ فارسی معین (چاپ یازدهم، جلد دوم). تهران: امیرکبیر.
- موسویان، سیدعباس (۱۳۸۹). «اوراق سلف ابزاری برای تأمین مالی پروژه‌های بالادستی صنعت نفت»، فصلنامه اقتصاد اسلامی، ۱۰(۳۹)، ۸۵-۱۱۶.
- موسوی‌خمینی، سیدروح‌الله (بی‌تا). تحریرالوسیله (جلد اول). قم: مؤسسه دارالعلم.
- نجفی، محمدحسن (بی‌تا). جواهرالکلام فی شرح شرائع الإسلام (چاپ هفتم، جلد ۲۴). بیروت: دار‌احیاء التراث العربی.
- هال، جان (۱۳۸۴)، مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک (چاپ اول) (سجاد سیاح و علی صالح‌آبادی، مترجمان)، تهران: رایانه تدبیرپرداز (نشر اثر اصلی، ۲۰۰۲).

<http://www.ime.co.ir>

<http://www.rdis.ir>

<http://mof.gov.sd>

<http://www.menafn.com>

<http://www.bloomberg.com>

<http://www.zawya.com>