پیامدهای فلسفی قضایای گودل

سید مجید ظهیری*

چکیده

در این مقاله ، تاثیرات قضایای ناتمامیت اول و دوم گودل ، پس از تبیینی کوتاه ، در برخی فلسفه های مضاف ، از جمله فلسفه ی ریاضیات و فلسفه ی ذهن ، و نقش بر علیه مادی گرایی و پوزیتیویسم مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است.

تاثیر قضایای گودل در فلسفه ی ریاضیات ، در سه حوزهٔ منطق گرایی ، صورت گرایی و سرشت برهان بررسی شده است.

در حوزه ی فلسفه ی ذهن ، به تاثیر قضایای گودل در براهین ضد ماشین انگار اشاره شده است.

واژگان کلیدی

گودل[1] ؛ قضایای ناتمامیت[2] ؛ فلسفهی ریاضیات[3] ؛ فلسفه ی ذهن[4] ؛ منطق گرایی[5] ؛ صورت گرایی[6] ؛ سرشت برهان[7] ؛ شهود گرایی[8] ؛ تصمیم ناپذیری[9] ؛ ضد ماشین انگار[10] .

---

* پژوهشگر دانشگاه رضوی

مقدمه

کورت گودل (۱۹۷۸ - ۱۹۰۶) ، از مشاه ی منطق و ر یاضیات در قرن بیستم ، با اثبات قضایای معروف ناتمامیت اول و دوم تاثیرات شگرفی در ریاضیات و منطق بر جا ی گذاشت. اما دامنه تاثیرات قضایای گودل محدود به حوزه ر یاضیات و منطق نماند ، بلکه گستره ها ی مختلف فلسفی ، به ویژه برخ ی از فلسفه ها ی مضاف از جمله فلسفه ذهن و فلسفه ر یاضیات را تحت تاثیر خود قرار داد و حتی دامنه کاربرد خود را تا بر خ ی نظریه های فلسفی مطلق در حوزه متافیزیک بر گشود . امروزه در غرب کمتر کتاب کلاسیک فلسفه را م ی توان یافت که نامی از گودل و نتایج شگرف فلسفی کارهای او به میان نیاورده باشد.

در این مقاله بر آنیم با اشاره به برخ ی از مهم تر ین تاثیرات قضا یای ناتمامیت گودل د ر فلسفه ریاضیات ، فلسفه ذهن و نیز بر علیه مادی گرایی و پوزیتیویسم ، عمق تاث ی و اهمیت فلسفی آنها را نشان دهیم.

مناسب به نظر می رسد در آغاز اشاره ا ی به محتوای قضایای ناتمامیت اول و دوم گودل داشته باشیم. ارائه بیانی غی ر یاضی و غی نماد ی از محتوا و روش اثبات قضایای ناتمامیت گودل ، به وجه ی که برا ی همه علاقه مندان فلسفه قابل استفاده باشد ، کار بس یار دشوار ی است.

به موجب ناتمامیت گودل هر نظام صور ی اصل موضوعی ریاضیات ، که به اندازه کافی قوی[11] باشد ، (تحت بعضی شرایط) باید مشتمل بر گزاره ا ی تصمیم ناپذ یر باشد ، یعنی گزاره ای که خود آن و نقیض آن ه یچکدام قابل اثبات نیست.

نظام های منطقی تمام ، برا ی هرجمله P از زبان شان ، ناگز یر از اثبات P یا نقیض P هستند . در قضیه ناتمامیت اول ، گودل اثبات می کند که نظام های محقق به این معنی تمام نیستند . فی الواقع جملاتی از حساب مقدماتی وجود دارند که نظام ها ، نه می توانند آنها را اثبات کنند و نه م ی توانند آنها را رد کنند ، در حالی که اثبات شده است که سازگارند .

بنابراین بخشی از حقایق حساب قابل اصل موضوعی کردن به شکل صوری نیست . فرض کنید نظام معین S شرایط ذیل را ارضا می کند:

۱ - قدرت کافی برای اثبات هر جمله در زبان خود داشته باشد به قسمی که اگر آن را اثبات می کند ، آنگاه اثبات کند که آن را اثبات می کند.

۲ - قادر به اثبات جمله معین G (جمله خود ارجاع گودل) ، که عبارت است از : " G در S قابل اثبات نیست " ، باشد.

تحت این شرایط ، S مادامی که سازگار باشد نمی تواند G را اثبات کند. زیرا با فرض اینکه S بتواند G را اثبات کند ، به واسطه (۱) اثبات می شود که " G در S قابل اثبات است " و به واسطه (۲) اثبات می شود که " G در S قابل اثبات نیست " . بنابراین ، S ناسازگار خواهد بود. بیان فنی تر برهان ناتمامیت اول به صورت ذیل می باشد :

فرض کنید S فقط جملات صادق را اثبات می کند و جمله G می گوید که خودش در S قابل اثبات نیست. بنابراین نه G و نه نقیض G در S قابل اثبات نخواهند بود ، زیرا اگر G صادق باشد ، آنگاه در S قابل اثبات نیست ، و اگر G کاذب باشد ، باز هم قابل اثبات در S نیست ، چرا که S فقط جملات صادق را اثبات می کند. بنابراین G در S قابل اثبات نیست و از این رو صادق است ، بنابراین نقیض G کاذب است و لذا در S قابل اثبات نیست ، چون S فقط جملات صادق را اثبات می کند.

قضیه ناتمامیت اول گودل ، که از این پس آن را G1 می نامیم ، عبارت است از اینکه : " برای هر نظام صوری ، که در آن حقایق مربوط به علم حساب قابل اثبات باشند ، ساختن یک گزاره مربوط به علم حساب ، به قسمی که اگر نظریه مزبور سازگار باشد صادق باشد ، اما در نظریه مورد نظر قابل اثبات یا انکار نباشد ، ممکن است . "

و قضیه ناتمامیت دوم ، که از این پس آن را G2 می نامیم ، حاوی این ادعا است که : " اگر یک نظام سازگار باشد ، نمی تواند سازگاری خودش را اثبات کند ." (Godel,1986,144-195)

۱- تاثیرات قضایای گودل در فلسفه ریاضیات

در حوزه فلسفه ریاضیات به سه مبحث مهم ، و تاثیر قضایای گودل در آنها می پردازیم:

۱-۱) صورت گرایی و برنامه هیلبرت [۱۲] ؛

۱-۲) منطق گرایی ؛

۱-۳) سرشت برهان.

۱-۱) صورت گرایی و بر نامه هیلبرت

صورت گرایان ، بنیاد ریاضیات را صرفا در مجموعه ای از نماد های صوری می دانن د و ریاضیات را یک نظام صوری متشکل از احکامی که تنها دارای صورت هستند ، می انگارند.

دیوید هیلبرت [۱۳] (۱۹۴۳-۱۸۶۲) به عنوان بنیان گذار مکتب صورت گرایی شناخته شده است . او اساسا سعی داشت تا ریاضیات را بر پایه های صرفا صوری و اصل موضوعی استوار سازد. برنامه هیلبرت به طور خلاصه عبارت بود از صور ی سازی همه نظریه‌ها ی موجود با مجموعه ای کامل و متناه ی از اصول موضوعه ، و فراهم نمودن برهان‌ی برای سازگاری این اصول موضوعه. این برنامه را ه یلبرت در اوا یل دهه ۱۹۲۰ پیشنهاد نمود. پیشنهاد ه یلبرت در خصوص اثبات سازگاری این بود که سازگاری نظام های پیچیده تر ، همچون آنالیز حقیقی ، به وسیله نظام ها ی ساده تر اثبات شود و سرانجام سازگار ی همه ر یاضیات به حساب مقدماتی فرو کاسته شود. اما این همان چیزی است که G2 اجازه آن را نمی دهد ، چرا که بر اساس G2 حساب مقدماتی نمی تواند سازگاری خودش را اثبات کند ، پس به طر یق اولی نمی تواند در اثبات سازگار ی نظام ها ی قوی تر مورد استفاده قرار گ یرد. **(**Heijenoort,1967,130-138**)**

یکی از عوامل محرک گودل در کار بر روی قضایای ناتمامیت همین برنامه هیلبرت بوده است. نخستین بار که گودل در کنفرانس کونیگسبرگ [۱۴] (۱۹۳۰) قضیه ناتمامیت اول خود را ارائه نمود ، فون نیومن [۱۵] ، که از مستمعین بود ، بلافاصله به خطر آن برای برنامه هیلبرت پی برد ، و کمی بعد از کنفرانس نامه ای برای گودل نوشت که او را از نتیجه فرعی قضیه

اش آگاه کند ، اما گودل خودش به طور مستقل همان نتیجه را یافته بود. قضیه ناتمامیت دوم در حقیقت بیان می کرد که پرینکیپیا [۱۶] نمی تواند سازگاری خودش را اثبات کند . همه روش های استدلال متناهی استفاده شده در براهین سازگاری بر این باور مبتنی بودند که قابل صورت بندی در پرینکیپیا هستند . از این رو اگر سازگاری پرینکیپیا با روش های استفاده شده در براهین آکرمن[۱۷] قابل اثبات باشد ، باید صورت بندی برهان در پرینکیپیا ممکن باشد ، اما این همان چیزی است که قضیه ناتمامیت دوم غیر ممکن بودنش را اثبات می کند .

برنیز[۱۸] نیز که اهمیت دستاوردهای گودل را بلافاصله بعد از مطالعه مقاله گودل در ژانویه ۱۹۳۱ (Godel,1931,173-198) دریافته بود ، به گودل نوشت که قضیه ناتمامیت اثبات می کند که (تحت این فرض که استدلال متناهی باید بتواند در خود پرینکیپیا صورت بندی شود) ارائه یک برهان سازگاری متناهی در پرینکیپیا غیر ممکن است.

سازگاری[۱۹] برای مکتب صورت گرایی و برنامه هیلبرت نقشی حیاتی دارد . نتایج ناتمامیت بر مکتب صورت گرایی ، که منطق صوری را برای تعریف اصول خود به کار می برد تاثیر دارد. می توان G1 را چنین تفسیر کرد که " ما هرگز نمی توانیم یک نظام اصل موضوعی شامل همه چیز[۲۰] (فراگیر) بیابیم که قادر باشد همه صدق ها و کذب های ریاضی را اثبات کند ".

از طرف دیگر از منظر یک صورت گرای اکید[۲۱] این تفسیر بی معنی محسوب می شود ، زیرا این پیش فرض که صدق و کذب ریاضی واجد معنایی واضح و بدون ابهام هستند ، بیش از هر چیزی وابسته به نظام صوری است.

تفسیر ذیل از G2 ، چنان که گفته شد ، برای مبانی ریاضیات مشکل آفرین تر است :

" اگر یک نظام بتواند سازگار بودنش را در درون خودش اثبات کند ، آنگاه آن نظام ناسازگار است. "

بنابراین برای اثبات سازگاری نظام S نیاز به استفاده از نظام دیگری مانند T است ، اما یک برهان در T به طور کامل متقاعد کننده نخواهد بود ، مگر اینکه سازگاری T ، قبلا ، بدون استفاده از S ، اثبات شده باشد . برای مثال سازگاری اصول موضوعه پئانو [۲۲] برای

اعداد طبیعی می تواند در نظر یه مجموعه ها اثبات شود ، اما در نظر یه اعداد طبیعی ، به تنهایی ، نمی تواند. این در واقع پاسخی منفی برای مساله دوم از مسائل هیلبرت[۲۳] محسوب می شود .

بدین ترتیب نتایج گودل به برنامه صورت گرا یانه هیلبرت که خصلتی تحویل گرا یانه و پوزیتیویستی داشت ضربه ای کشنده وارد کرد . (Wang,1978,182-184)[۲۴]

از طرفی خالی از لطف نیست که اشاره نماییم بنیادهای مکتب پوزیتیویسم نیز ، که متاثر از مکتب صورت گرایی بود از آسیب قضایای گودل در امان نماند. کارل پوپر[۲۵] معتقد است که قضیه گودل خدشه ا ی عمیقی بر مکتب پوز یتیویسم[۲۶] وارد نموده است(Popper,1962,269-270) .

پوزیتیویست ها معنا ی یک گزاره را عبارت از روش ها ی تحقیق صدق یا کذب آن م ی دانند(Ayer,1973,23-24) بنابراین نظر یه، معنا دار ی احکام ر یاضی منوط به اثبات پذیری آنها خواهد بود ، چنانکه تارسک ی می گوید روش رسیدن به صدق (یا کذب) احکام در هر نظر یه مع ین ر یاضی ، فقط اثبات صدق یا کذب آنهاست (Tarski,1969,66-77) .

بنا بر این بر اساس ملاک پوز یتیویست ها اگر بخواه یم معنادار ی یک حکم ر یاضی را بررسی کنیم ، با ید ببینیم آ یا صدق یا کذب حکم مزبور قابل اثبات است یا خیر. اگر حکمی در ر یاضیات یافت شود که نه صدق آن قابل اثبات باشد و نه کذب آن ، بر اساس را ی پوزیتیویست ها ، دلا لت بر بی معنایی آن حکم دارد . قضیه گودل نشان م ی دهد که چنین احکامی را در ر یاضیات م ی توان یافت که قابل صورت بند ی در زبان ر یاضی و واجد معنا هستند ، اما نه می توان صدق آنها را اثبات کرد و نه کذبشان را.

ویتگنشتاین در رساله منطقی ی فلسفی معتقد است که پاسخ ی را که نتوان به زبان آورد به پرسشی مربوط می شود که آن را نیز نمی توان به لفظ در آورد . معمایی وجود ندارد. اگر بتوان سوالی را تقری ر کرد ، پاسخ بدان نیز ممکن است و در نها یت پیرامون آنچه نمی توان

درباره اش سخن گفت باید خاموش ماند (Wittgenstein,1922,6.5-6.54 & 7) ، اما به نظر می رسد این انگاره و یتگنشتاین با قضیه گودل ، هم خوانی ندارد.

۱-۲) منطق گرایی

ادعای منطق گرایان حاوی دو مطلب عمده است:

۱ -شناخت ما از قضایای ریاضی تماما ریشه در حقایق بدیهی منطق دارد.

۲ -مفاهیمی که این قضایا متضمن آنها هستند ، و اشیایی که این مفاهیم مستلزم وجود آنها هستند ، همه از سرشت منطقی محض برخوردارند.[۲۷] (Carnap,1931,91-105) [۲۸]

صوری سازی کامل منطق برای اثبات مدعیات فوق ، و تحویل کامل ریاضیات به منطق ، نقشی کلیدی دارد و کشف دوران ساز گودل مانع تحقق همین امر کلیدی برای منطق گرایی است. ابداع فرگه در خصوص ترجمه منطق به شکل صوری محض ، کاربرد شیوه ها ی استدلال ریاضی را برا ی ساختارهای صوری زبانی نظام ها ی منطقی ممکن م ی ساخت (Heijenoort,1967,5-82). ضامن چنین کاربرد ی گام بنیادی ی اهمیت در صور ی سازی کامل منطق بر اساس تعداد ی اصول موضوعه و اثبات سازگار ی آنها بود ؛ چیزی که در فصل پیشین صدمات قضا یای گودل بر آن را بررسی نمودیم. این فرا یند منجر به نتا یجی شد که تغ ییراتی اساسی در طرز نگاه به منطق ا یجاد نمودند. اساسی ترین نتا یج مربوط به قضایای گودل است که می گوید اولا منطق مرتبه اول قابل صورت بند ی به گونه ای است که هر گزاره صادق به لحاظ منطقی می تواند به طور صوری محض یا به طور مکانیکی انتاج شود (برای مثال گزاره مزبور می تواند از طریق یک برنامه را یانه ای حاصل شود) ؛ و ثانیا به ما می گوید که چنین وضعیتی برای نظام منطقی مرتبه بالاتری (مانند نظریه الگوها) یا نظریه اصل موضوع ی شده مرتبه اولی (مانند نظریه مجموعه ها) که به اندازه کافی برای تولید قضا یای حساب مقدماتی قوی باشند ، میسر نیست.

هلمن[۲۹] در مقاله ای با عنوان " قضایای ناتمامیت گودل و منطق گرا یی" تاکید می ورزد که G2 دلالت دارد بر اینکه هیچ سیستم منطقی قابل اصل موضوعی کردن به طور متناهی

وجود ندارد. در حقیقت هلمن معتقد است که بر اساس G2 هیچ سیستم منطقی را نمی توان بر اصول موضوعه متناهی بنا کرد . وی همچنین ، در این خصوص بر آن است که اگر بر فرض هم چنین نظامی وجود داشته باشد ما قادر به تشخیص آن نیستیم. یکی از جذابیت های عمده استدلال هلمن ، بر خلاف استدلال های دیگر بر علیه منطق گرایی ، این است که در استدلال هلمن نیازی نیست که بدانیم مرز دقیق منطق و غیر منطق کجاست . (Helman , 1981 , 451-468)

بعد از انتشار پرنکیپیا (اثر راسل و وایتهد) منطق گرایان با شهامت تمام مدعی شدند که تمامی ریاضیات قابل تحویل به منطق است و منطق نیز چیزی جز حقایق ضروری نیست ، و بنابراین قضایای ریاضی ، قضایای تحلیلی ، به اصطلاح کانت هستند. لودویگ ویتگنشتاین [۳۰] در رساله منطقی – فلسفی ، به صراحت می گوید : همه قضایای منطقی ، همانگویی [۳۱] هستند(Wittgenstein,1922,6.1). اما واقعیت این است که به نظر می رسد که قضیه گودل ، خود نمونه ای از قضایای منطقی است که ترکیبی می باشد.

در پرتو نتایجی که گودل ، در خصوص وجود نوعی حقایق ریاضی که با هیچ نظام منطقی ، که بتوان سازگاری آن را اثبات کرد ، قابل اثبات نیستند ، به دست آورد ، ممکن است بتوان فرضیه (به تعبیر فرگه) تحلیلی بودن حساب را رد کرد و دوباره به تعبیری از نظریه کانت رو آورد ، یعنی این که ریاضیات تالیفی پیشینی است.[۳۲]

۱-۳) سرشت برهان

قضایای گودل نقش مهمی در بحث های فلسفی درباره سرشت برهان داشته اند . از جمله جالب ترین کارها در این خصوص ، مربوط به مای هیل[۳۳] و رین هارت[۳۴] می شود.

مای هیل در مقاله ای با عنوان " پاره ای ملاحظات درباره مفهوم برهان " معتقد است از آنجا که G1 و G2 اثبات می کنند که برای هر سیستم صحیح ، استنتاج های درستی وجود دارد که به لحاظ عقلانی متعهد به پذیرش آنها هستیم اما در تصرف آن سیستم نیستند ، باید یک مفهوم شناختی مطلق از اثبات پذیری وجود داشته باشد که نه نحوی باشد ، نه معنایی و

نه روان شناختی ، که مطابق با آن مفهوم ، جملات تصمیم ناپذیر [۳۵] گودل اثبات پذیر باشند. این مفهوم از اثبات پذیری قابل صورت بندی نیست. (Myhill,1960,461-470)

رین هارت ، در مقالاتی با عنوان " روایتی مستقل از قضایای ناتمامیت" و " نظریه‌های معرفتی و تفسیری قضایای ناتمامیت گودل " ضمن این که صورت استدلال مای هیل را اصلاح نمود ، ادعا کرد که اگر " اثبات پذیری ناظر به انسان[۳۶] " به معنی " اثبات پذیری به لحاظ صوری[۳۷] " باشد ، باید جملات علم حساب به طور مطلق تصمیم ناپذیر باشند . رین هارت اصرار دارد که G2 یک پدیده شناختی است که از خواص شناختی آن نوع از باور هایی ناشی شده است که برهان ریاضی ضامن آنها فرض شده ا ست. این خواص ما را به سوی چیزهایی به مثابه شرایط قابل اشتقاق بودن رهنمون می سازد.(Reinhardt,1985,317-346&1986,427-474)

دامت [۳۸] نیز در مقاله ا ی با عنوان " اهمیت فلسفی قضیه گودل " ، از G1 برای این استدلال که برهان ریاضی یک مفهوم قابل تعمیم به طور نامحدو د است و بنا بر این نمی تواند با مفهوم اشتقاق در یک سیستم صوری یکسان تلقی شود ، استفاده کرده است . دامت معتقد است که معانی احکام ریاضی بر حسب یک مفهوم از برهان معلوم می شوند و این بدان معنی است که مفهوم برهان که معانی احکام ریاضی را معین می کند ، خودش باید ذاتا نامتعین و غیر قابل صوری کردن باشد . در این طریق ، نوعی همبستگی با شهود گرایی [۳۹] براور مشهود است.(Dummett,1963)

۲ -تاثیرات قضایای گودل در فلسفه ذهن

در فلسفه ذهن کاربرد اصلی قضایای گودل در مساله ماشین انگاری متجلی می شود . مساله ماشین انگاری این است که آیا اذهان نوع انسان شرایطی دارند که قابل شبیه سازی به وسیله ابزار محاسبه ای باشند . برخی محققین درباره اینکه قضایای ناتمامیت گود ل چه استلزام هایی در خصوص هوش انسان دارند ، بحث هایی ارائه کرده اند. بسیاری از این

بحث ها روی اینکه آیا ذهن بشر مشابه با ماشین تورینگ [۴۰] است ، یا مشابه با هیچ ماشین متناهی نیست ، متمرکز است.

یکی از تلاش های اولیه ، جهت استفاده از ناتمامیت برای استدلال درباره هوش انسان ، به وسیله خود گودل در سخنرانی گیبس [۴۱] ، در سال ۱۹۵۱ ، تحت عنوان " برخی قضایای مبنایی درباره مبانی ریاضیات و استلزام های فلسفی آنها [۴۲] " ، انجام شد ه است . در این سخنرانی ، گودل از قضیه ناتمامیت برای رسیدن به ترکیب فصلی ذیل استفاده می کند :

(الف) ذهن بشر یک ماشین متناهی سازگار نیست ، یا

(ب) معادلات دیوفانتینی [۴۳] وجود دارد که در خصوص وجود راه حل برا ی آنها نمی توان تصمیم گرفت [۴۴]. گودل (ب) را نامحتمل می یابد و بنابراین به نظر می رسد باور داشته باشد که ذهن بشر مشابه با یک ماشین متناهی نیست ؛ بدین معنی که قدرت آن متجاوز از هر ماشین متناهی است . اما گودل متوجه بود که این فقط یک حدس است ، چون او نمی توانست کذب (ب) را اثبات کند.(Godel,1995)

در سال ۱۹۶۰ هیلاری پاتنم [۴۵] مقاله ای تحت عنوان " ذهن ها و ماشین ها [۴۶] " در سمپوزیومی ارائه کرد که در آن یک نمونه برهان ضد ماشین ا نگار [۴۷] ، طرح ریزی کرده بود. بطن غیر صوری استدلال مزبور این است که تفاوت میان " آنچه می تواند به طور مکانیکی ثابت شود " و " آنچه می تواند صادق بودنش توسط انسان ها فهم شود " اثبات می کند که هوش انسان در طبیعت خود ماشینی نیست. یا به تعبیر پاتنم :

فرض کنید T ماشین تورینگی باشد که من را باز نمایی می کند ؛ به این معنی که T می تواند درست همان گزاره های ریاضی ای را که من اثبات می کنم ، اثبات کند. آنگاه با استفاده از تکنیک گودل من می توانم گزاره ای پیدا کنم که T نتواند آن را اثبات کند و ، علاوه بر این ، من بتوانم آن را اثبات کنم. اما این خلاف آن فرض اولی است ، که T من را باز نمایی می کند ، بنا بر این من یک ماشین تورینگ نیستم.(Putnam,1964,77)

در استدلال پاتنم موضوع سازگاری مورد غفلت قرار گرفته است . تکنیک گودل فقط برای نظام های سازگار به کار می رود. البته ممکن است پاتنم بگوید که ذهن انسان ناسازگار است.

جی.ار لوکاس [۴۸] در مقاله " ذهن ها ، ماشین ها و گودل [۴۹] " و بعدها در کتابش " *آزادی اراده* [۵۰] " یک دیدگاه ضد ماشین انگاری را طرح ریزی می کند که شامل استدلال هایی در خصوص اینکه چرا ذهن انسان می تواند سازگار باشد ، است. لوکاس ، به دلیل قضیه دوم گودل ، می پذیرد که ذهن انسان نمی تواند سازگاری خودش را به طور صوری اثبات کند ، و حتی به نظر می رسد می پذیرد (گویا به شوخی) که زنان و سیاست مداران ناسازگار هستند. در عین حال او استدلال هایی را ، در خصوص اینکه چرا انسان مذکر غیر سیاست مدار می تواند سازگار باشد ، تنظیم می کند . این استدلال ها ، که طبیعتا فلسفی هستند ، موضوع بسیاری از مباحثات قرار گرفته اند.

استدلال لوکاس از این قرار است :

(الف) اگر اذهان انسانی قابلیت ماشینی شدن را داشته باشند ، آنگاه ، به واسطه G2 ، آنها نمی توانند بدانند که باورهایشان سازگار است.

(ب) اذهان انسانی می توانند بدانند که باورهایشان سازگار است.

بنابراین :

(ج) اذهان انسانی قابلیت ماشینی شدن را ندارند.

استدلال لوکاس بسیار مورد نقد قرار گرفته است و عمده ترین مشکل آن به عدم وضوح مقدمه (ب) مربوط می شود. (Lucas,1961,112-127)

استدلال ضد ماشین انگاری لوکاس ، که از معروف ترین استدلال ها در این حوزه است ، توسط بناسراف اصلاح شده است. (Benacerraf,1967, 9-32).

کار قابل توجه دیگری که در این حوزه انجام شده است ، مربوط به جادسون وب [51] در مقاله " فرا ریاضی و فلسفه ذهن [52] " است. وب مدعی است که تلاش های قبلی حاشیه ای بوده اند بر این مساله که آیا ما صادقانه می فهمیم که گزاره گودلی p صادق است. وب با

استفاده از یک صورت بندی متفاوت از قضایای گودل ، چنانچه ریموند اسمولیان[۵۳] و امیل پست[۵۴] انجام داده اند ، اثبات می کند که شخص می تواند برای خودش استدلال های متقاعد کننده ای در خصوص صدق و کذب p داشته باشد. او علاوه بر این استدلال می کند که همه بحث ها درباره استلزام های فلسفی قضایای گودل ، در واقع مباحثی در این باره هستند که آیا تز چرچ – تورینگ[۵۵] صادق است.(Webb,1968,156-178)

بعدها ، راجر پنراس[۵۶] با فراهم نمودن براهین ضد ماشین انگاری بدیعی در کتاب هایش ، تحت عناوین " *ذهن جدید امپراطور* [۵۷] " و "*سایه های ذهن* [۵۸] " ، غوغایی به پا کرد. این کتاب ها بسیار بحث انگیز از آب د ر آمده اند (Penrose,1989&1994). مارتین دیویس[۵۹] در مقاله اش با عنوان " آیا بینش ریاضی الگوریتمی است؟ "[۶۰] در جایی که استدلال می کند که پنراس از موضوع سازگاری غفلت کرده است پاسخ ی برای ENM. ارائه می نماید. سولومون ففرمن[۶۱] نیز یک بررسی انتقادی از SM در مقاله ای با عنوان " برهان گودلی پنراس [۶۲] " ارائه می ده د و همچنان قضا یای گودل شکل دهنده و موثر بر این روند هستند.

۳- تاثیر قضایای گودل در متافیزیک

در حوزه متافیزیک کاربرد اصلی قضایای گودل در پاسخ به مساله ماد ی گرایی[۶۳] است. مساله مادی گرایی این است که آ یا همه اشیاء ، رو یدادها ، و ذ نیوها در جهان قابل فرو کاستن به اجسام و خواص فیزیکی هستند ؟

گودل ، خودش ، کاربرد ی از قضایایش را در ا ین زمینه نشان می دهد. او اثبات می کند که مسائلی مربوط به علم حساب وجود دارند که به طور مطلق لاینحل اند.

بر اساس رای گودل مادی گرایی محکوم به شکست است ز یرا اگر مسائل ریاضی مطلقا لاینحلی وجود داشته باشد ، پس ریاضیات آفریده خود ما نیست ، و اگر چنین است ، اشیای آن باید مستقل از ما وجود داشته باشند . (Wang,1993,97-138)

گفتنی است که گودل در فلسفه ریاضی رئالیست است و، در خصوص وجود اشیاء ریاضی، رهیافتی افلاطون گرایانه دارد.

گودل می گوید:

" طبقات و مفاهیم ممکن است به عنوان اشیایی واقعی تصور شوند که مستقل از تعاریف و ساختمان های ما موجودند و به نظر من فرض چنین اشیایی همان قدر موجه است که فرض وجود اشیای فیزیکی. اگر چه اشیای نظریه مجموعه ها از قلمرو تجربه حسی بسیار دورند، با این وصف باید گفت ما واجد نوعی ادراک از آنها هستیم. این واقعیت که اصول موضوعه خود را به عنوان احکام صادق بر ما تحمیل می کنند، موید همین معناست. من دلیلی نمی بینم که ما به این نوع خاص از ادراک، یعنی شهود ریاضی، کمتر از ادراک حسی اعتماد داشته باشیم، این ها هم می توانند جنبه ای از واقعیت عینی را نمایان سازند ." (Godel,1944,137)

پی نوشت ها

1. Godel
2. incompleteness theorems
3. Philosophy of mathematics
4. Philosophy of mind
5. Logicism
6. Formalism
7. nature of proof
8. intuitionism
9. undecidable
10. anti-mechanist

۱۱. قضایای گودل فقط برای نظام های اصل موضوعی به قدر کافی قوی به کار می روند. به قدر کافی قوی یعنی که نظریه شامل علم حساب کافی برای اجرای کد گذاری ساخت های مورد نیاز برای برهان قضیه ناتمامیت اول باشد.

12. Hilbert's Program
13. David Hilbert
14. Konigsberg
15. Von Neumann

۱۶. پرینکیپیا متمتیکا (اصول ریاضیات) عنوان اثری است که راسل و وایتهد جهت ساختن مبانی منطقی صوری برای ریاضیات نوشته اند.

17. Ackermann

18. Bernays

۱۹. در منطق ریاضی یک نظام صوری سازگار است اگر شامل تناقض نباشد، یا به طور دقیق تربرای هر گزاره ی φ ، هم φ و هم نقیض φ اثبات پذیر نباشد.

20. all-encompassing
21. strict formalist
22. Peano

۲۳. فهرست مشهور مسائل باز مهم در ریاضیات که توسط هیلبرت طرح شده است.

۲۴. ترجمه مقاله هائو ونگ در : اعتماد ، شاپور(۱۳۷۵) ، دیدگاه ها و برهان ها ، تهران: نشر مرکز آمده است.

25. Karl Popper
26. Positivism

۲۷. دو ادعای عمده منطق گرایان به شکل ذیل نیز بیان شده است :

۱- مفاهیم ریاضی بر حسب مفاهیم منطقی قابل تعریف اند.

۲- حقایق ریاضی از اصول منطقی قابل استخراج می باشند. نک : وحید دستجردی ، حمید (۱۳۷۱) ، لوجیسیزم و مساله صدق در ریاضیات ، فصلنامه فرهنگ ، ش ۱۱ ، ۲۴۲-۲۲۹ .

۲۸. ترجمه مقاله کارنپ به زبان انگلیسی در منبع ذیل قابل جستجو است :

Putnam E. and Massey G. (1964),'The Logicist Foundations of Mathematics', in P. Benacerraf and H. Putnam (eds) **Philosophy of Mathematics**: Selected Readings, Cambridge: Cambridge University Press.

ترجمه فارسی مقاله کارنپ را می توان در منبع ذیل یافت :

کارنپ ، رودلف(۱۳۵۷) ، مبانی منطق گرای ریاضیات ، ترجمه حمید کاظمی ، بولتن انجمن ریاضی ، ش ۱۰.

29. Hellman
30. Wittgenstein
31. Tautology

۳۲. در این خصوص می توان به تحلیلی که راجر اسکروتن از مقایسه آراء کانت ، فرگه و گودل ، در کتابی با عنو ان (A short history of modern philosophy from Descartes to Wittgenestein) دارد مراجعه نمود.

33. Myhill
34. Reinhardt
35. undecidable
36. humanly provable
37. formally provable
38. Dummett

۳۹. شهود گرایی به عنوان یک مکتب در حدود سال ۱۹۰۸ توسط براور (۱۸۸۱ – ۱۹۶۶) با مقاله معروف وی تحت عنوان " غیر قابل اعتماد بودن اصول منطق " مطرح شد. در این مکتب , ریاضیات از شکل روابط منطقی صرف و یا ساختار مکانیکی روابط , خارج می شود و درک و شهود ریاضی در برهان و نظریه پردازی ریاضی مدخلیت پیدا می

کند. شهود گرایان به کلی امکان ساختن ریاضیات را بر مبنای ضوابط صرف منطق و یا شکل کاملا صوری , رد می کنند.

40. Turing machine
41. Gibbs
42. Some basic theorems on the foundations of mathematics and their philosophical implications
43. Diophantine

۴۴. واژه یونانی دیوفانتین به دیوفانتوس از اسکندریه , ریاضی دان قرن سوم قبل از میلاد مسیح که از اولین ریاضی دانانی بود که نماد گرایی در جبر را معرفی کرد ، ارجاع دارد. در ریاضیات به یک معادله چند جمله ای که در آن متغیر ها فقط می توانند اعداد صحیح باشند معادله دیوفانتین گفته می شود. هم اکنون شاخه ای از ریاضیات تحت عنوان آنالیز دیوفانتین به مطالعه مسائلی که دیوفانتوس مبتکر آنها بود می پردازد.

45. Hilary Putnam
46. Minds and Machines
47. anti-mechanist
48. JR Lucas
49. Minds, Machines and Godel
50. The Freedom of the Will
51. Judson Webb
52. Metamathematics and the Philosophy of Mind
53. Raymond Smullyan
54. Emil Post

۵۵. این تز به بیان خود تورینگ عبارت است ازاینکه : هر تابعی که به طور طبیعی محاسبه پذیر باشد می تواند به وسیله یک ماشین تورینگ محاسبه شود.

از این تز تقریرهای گوناگونی وجو د دارد از جمله تز فیزیکی چرچ– تورینگ (PCTT) Physical Church-Turing thesis

که عبارت از بیان ذیل است:

هر تابعی که بتواند به طور فیزیکی محاسبه شود می تواند به وسیله یک ماشین تورینگ محاسبه شود.

گونه دیگر تقریر, تز قوی چرچ – تورینگ است که بر طبق آن :

هر مدل عقلانی محاسبه می تواند به طور مناسب بر اساس یک ماشین تورینگ احتمالاتی شبیه سازی شود.

56. Roger Penrose
57. The Emperor's New Mind [ENM]
58. Shadows of the Mind [SM]
59. Martin Davis
60. Is Mathematical Insight Algorithmic?
61. Solomon Feferman
62 Penrose's Godelian argument
63. Materialism

فهرست منابع

1- Ayer, A.J. (1973), **The Central Questions of Philosophy**, London: Weidenfeld.
2- Benacerraf, P. (1967), '*God, the Devil, and Gode*l', The Monist 51: 9-32.
3- Carnap, R. (1931) '*Die logizistische Grundlegung der Mathematik*', Erkenntnis 2: 91-105.
4- Dummett, M.A.E. (1963) '*The Philosophical Significance of Godel's Theorem*', in **Truth and Other Enigmas**, Cambridge, MA: Harvard University Press, 1978.
5- Godel , k. (1931) '*Uber formal unentscheidbare Satze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I* ', Monatshefte für Mathematik und Physik 38: 173-98.
6- ------------- (1944) '*Russell's Mathematical Logic*', in P.A. Schilpp (ed.) **The Philosophy of Bertrand Russell**, Northwestern University Press.
7- ------------- (1986) **Kurt Godel: Collected Works**, ed. S. Feferman, vol. 1, Publications 1929-1936;, New York and Oxford: Oxford University Press.
8- ------------- (1995) **Kurt Godel: Collected Works**, ed. S. Feferman , vol. 3, Unpublished Essays and Lectures, New York and Oxford: Oxford University Press.
9- Heijenoort, J. van (ed.) (1967), **From Frege to Godel: A Source Book in Mathematical Logic**, 1879-1931, Cambridge, MA: Harvard University Press .
10- Hellman, G. (1981), '*How to Godel a Frege-Russell: Godel's Incompleteness Theorems and Logicism*', Nous 25: 451-68.
11- Lucas, J.R. (1961), '*Minds, Machines, and Godel*', Philosophy 36: 112-127.
12- Penrose, R. (1989), **The Emperor's New Mind: Concerning Computers, Minds, and the Laws of Physics**, New York: Oxford University Press.
13- -------------- (1994), **Shadows of the Mind: A Search for the Missing Science of Consciousness**, New York: Oxford University Press.
14- Popper, K.R. (1962), **Conjectures and Refutations**, London: Routledge.
15- Putnam, H. and Benacerraf, P. (eds) (1964), **Philosophy of Mathematics: Selected Readings**, New Jersey: Prentice Hall.
16- Putnam, Hilary.(1964), '*Minds and Machines*', edited by Anderson, A.R., Prentice-Hall: Englewood Cliffs, New Jersey, page 77.
17- Reinhardt, W. (1985), '*Absolute Versions of Incompleteness Theorems*', Nous 19: 317- 346.
18- -------------- (1986), '*Epistemic Theories and the Interpretation of Godel's Incompleteness Theorems*', Journal of Philosophical Logic 15: 427-474.
19- Tarski, A. (1969), '*Truth and Proof*', Scientific American 220 (6): 63-77.
20- Wang , Hao.(1978), ' *Kurt Godels Intellectual Development* ' , The Mathematical Intellhgencer, (3)1, 182-184.
21- Wang, H. (1993), '*Can Machines Think?*', Philosophia Mathematica, series 3, 1: 97-138.
22- Webb, J. (1968), '*Metamathematics and the Philosophy of Mind*', Philosophy of Science 35: 156-178.
23- Wittgenstein, L.J.J. (1922), **Tractatus Logico-Philosophicus**, trans. Ogden C.K and Ramsey F.P, London: Routledge; trans. Pears D.F and McGuinness B.F, London: Routledge, 1961.